PENDEKATAN MOMEN UNTUK METODE *MAGNITUDE* PADA BILANGAN *TRAPEZOIDAL FUZZY*

Lathifatul Aulia[1], Bambang Irawanto[2], Bayu Surarso[3]
[1,2,3]Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

lathifatulaulia213@yahoo.com[1]
b_irawanto@yahoo.co.id[2],
bayusurarso@yahoo.com[3]

Abstrak

Teori himpunan fuzzy banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu. Para ahli telah banyak yang mengusulkan beberapa pendekatan untuk memecahkan masalah yang menggunakan himpunan bilangan fuzzy. Hal utama yang perlu dilakukan dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang menggunakan bilangan fuzzy yaitu defuzzifikasi. Defuzzifikasi merupakan proses mentransformasikan bilangan fuzzy menjadi bilangan riil tegas atau disebut dengan penegasan bilangan fuzzy. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menegaskan suatu bilangan fuzzy. Setiap metode penegasan bilangan fuzzy yang berbeda akan menghasilkan bilangan tegas (crisp) yang berbeda pula. Pada tulisan ini, dibahas metode Magnitude yaitu merupakan metode pendekatan yang ditunjukkan dengan perhitungan momen daerah rata-rata yang mempertimbangkan fungsi keanggotaan bilangan fuzzy, penyebaran fungsi kenggotaan kanan, dan fungsi keanggotaan kiri pada beberapa potongan $-\alpha$ *dari bilangan trapezoidal fuzzy. Sehingga diperoleh sebuah formula yang disebut metode Magnitude yang perhitungan dapat digunakan dalam penegasan bilangan trapezoidal fuzzy.*

***Kata Kunci** : Bilangan Trapezoidal Fuzzy, Bilangan Crisp, Defuzzifikasi, Magnitude, Momen.*

1. PENDAHULUAN

Pada kehidupan nyata banyak permasalahan pada berbagai bidang. Oleh sebab itu, berbagai metode maupun teori banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan, salah satunya teori himpunan *fuzzy* banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu seperti teori kontrol dan manajemen sains, pemodelan matematika dan berbagai aplikasi dalam bidang perindustrian. Karena dalam prateknya kenyataan asumsi kepastian tentang nilai-nilai parameter pada masalah pengambilan keputusan yang dimodelkan sering disulit dipenuhi, maka sering terjadi kekurangakuratan dalam masalah pengambilan keputusan. Untuk memecahkan dan mengakomodasi ketidakpastian tersebut, akan didekati dengan teori himpunan *fuzzy*.

Para ahli telah banyak yang mengusulkan beberapa pendekatan untuk memecahkan masalah yang menggunakan himpunan bilangan *fuzzy*. Hal utama yang perlu dilakukan terlebih dahulu yaitu mentransformasikan bilangan *fuzzy* menjadi bilangan riil tegas (*crisp*) atau proses penegasan (*defuzzifikasi*). Peringkat bilangan *fuzzy* merupakan hal penting dalam banyak model terapan dunia nyata dan dalam prosedur pengambilan keputusan. Przemyslaw Grzegorzewski dan Edyta Mrowkatelah membahas tentang aproksimasi bilangan *trapezoidal fuzzy*(Grzegorzewski & Mrowka, 2004). Aproksimasi bilangan *trapezoidal fuzzy* merupakan aproksimasi terdekat dari bilangan *trapezoidal fuzzy* yang asli dengan mempertahankan interval harapan. Asady dan Zendehnammenyajikan proses penegasan (*defuzzification*)bilangan *fuzzy* dengan menggunakan jarak minimal antara dua bilangan *fuzzy*(Asady & Zendehnam, 2006). Metode penegasan tersebut menghasilkan titik terdekat dengan bilangan *fuzzy* dan dapat digunakan dalam mengurutkan bilangan *fuzzy*. Abbasbandy dan Hajjarimenunjukkan pendekatan baru untuk peringkat bilangan *trapezoidal fuzzy* oleh besarnya bilangan *fuzzy*(Abbasbandy & Hajjari, 2008).

Dalam tulisan ini dibahas proses penegasan (*defuzzifikasi*) bilangan *trapezoidal fuzzy.*Pendekatan metode penegasan mempertimbangkan momen daerah rata-rata dari fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy*. Selain itu, juga berdasarkan penyebaran fungsi keanggotan kanan dan fungsi keanggotaan kiri pada beberapa potongan – α dari bilangan *trapezoidal fuzzy.* Adapun metode penegasan ini disebut *Magnitude*, yang mana pendekatan yang digunakan terinterpretasi secara alami dan lebih intuitif dalam mengurutkan bilangan-bilangan *trapezoidal fuzzy* (peringkat bilangan *trapezoidal fuzzy*).

2. METODE PENELITIAN

Pembentukan model pada penelitian ini menggunakan metode tinjauan pustaka (*study literature*) yang berhubungan dengan *Magnitude*. Pada tulisan ini dibahas mengenai proses dibentuknya perhitungan *Magnitude*yang digunakan untuk menegaskan bilangan *trapezoidal fuzzy*. Berdasarkan definisi bilangan trapezoidal fuzzy yang digunakan dalam metode *Magnitude* kemudian bilangan trapezoidal fuzzydisajikan dalam fungsi keanggotaan dari bilangan *trapezoidal fuzzy*. Pembentukan *Magnitude* melalui perhitungan dari definisi momen yang berdasarkan titik berat pada suatu luasan daerah. Langkah yang dilakukan dalam proses perhitungan momen yaitu mendefinisikan fungsi keanggotaan *trapezoidal fuzzy* yang selanjutnya digunakan dalam menghitung momen suatu luasan bidang pada fungsi keanggotaan bilangan *trapezoidal fuzzy* dengan asumsi kepadatan massa homogen. Sehingga dari definisi perhitungan momen yang dibangun dari fungsi keanggotaan bilangan *trapezoidal fuzzy* dapat diperoleh perhitungan *Magnitude*.

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan pembahasan metode *Magnitude,* adapun bilangan *fuzzy* yang digunakan yaitu bilangan *fuzzy* normal dengan fungsi keanggotaan trapesium (bilangan *trapezoidal fuzzy*) yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 3.1 (Abbasbandy & Hajjari, 2008) Suatu bilangan fuzzy dinyatakan dengan parameter $\widetilde{U} = (x_0, y_0, \sigma, \beta)$ dalam bentuk sepasang $(\underline{\widetilde{U}}, \overline{\widetilde{U}})$ merupakan fungsi dari $\underline{\widetilde{U}}(r), \overline{\widetilde{U}}(r), 0 \leq r \leq 1$, yang memenuhi persyaratan sebagai berikut :

1. $\underline{\widetilde{U}}(r)$ adalah fungsi kontinu monoton naik terbatas kiri,
2. $\overline{\widetilde{U}}(r)$ adalah fungsi kontinu monoton turun terbatas kanan.
3. $\underline{\widetilde{U}}(r) \leq \overline{\widetilde{U}}(r),\ 0 \leq r \leq 1.$

Suatu bilangan *trapezoidal fuzzy*$\widetilde{U} = \left(x_0, y_0, \sigma, \beta\right)$, dengan dua penegas x_0, y_0, dan kekaburan kiri $\sigma > 0$ dan kekaburan kanan $\beta > 0$ pada suatu himpuann fuzzy dimana fungsi keanggotaan adalah

$$\widetilde{U}(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sigma}(x-x_0+\sigma), & \text{untuk} x_0-\sigma\leq x\leq x_0,\\ 1, & \text{untuk } x\epsilon[x_0,y_0],\\ \frac{1}{\beta}(y_0-x+\beta), & \text{untuk} y_0\leq x\leq y_0+\beta,\\ 0, & \text{untuk x yang lainnya.}\end{cases}$$

dan bentuk parameternya adalah $\underline{\widetilde{U}}(r)=\ x_0-\sigma+\sigma r,\ \overline{\widetilde{U}}(r)=y_0+\beta-\beta r.$

Magnitude* untuk *Ranking* Bilangan *TrapezoidalFuzzy

Penegasanbilangan *fuzzy* yang sangat bervariasi sehingga banyak terdapat berbagai metode penegasan yang dapat digunakan. Ada metode penegasan yang berdasarkan "*Distance Minimization*" yang dikenalkan oleh Asady (2006) memiliki beberapa kelemahan, untuk semua bilangan triangular *fuzzy*$\widetilde{U}=(x_0,\sigma,\beta)$ dimana $x_0=\frac{\sigma-\beta}{4}$ dan bilangan *trapezoidal fuzzy*$\widetilde{U}=(x_0,y_0,\sigma,\beta)$ demikian bahwa $x_0+y_0=\frac{\sigma-\beta}{2}$, memberikan hasil yang sama(Abbasbandy & Hajjari, 2008).

Contoh 2.1

Pandang bilangan *triangular fuzzy* $\widetilde{U}=(1,5,1)$dan $\widetilde{V}=(\frac{1}{4},2,1)$, penegasan dengan menggunakan*Distance Minimization* yaitu

$$M(\widetilde{U})=x_0+\frac{\beta-\sigma}{4}=1+\frac{1-5}{4}=0, M(\widetilde{V})=x_0+\frac{\beta-\sigma}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1-2}{4}=0$$

Dari hasil diperoleh bahwa $\widetilde{U}\sim\widetilde{V}$ karena$x_0=\frac{\sigma-\beta}{4}$.

Jelas bahwa kedua jenis bilangan *fuzzy* tersebut tidak dalam kelas yang sama (*ekuivalen*). Sehingga Abbasbandy dan Hajjari (2007) dengan *Magnitude*memperbaiki metode Asady. Dimana pendekatan metode penegasan tersebut mudah digunakan. Metode*ranking* bilangan *trapezoidal fuzzy* ini berdasarkan pada perbedaan fungsi keanggotaan kiri dan kanan pada beberapa potongan$-\alpha$ dari bilangan *trapezoidal fuzzy*. Selain itu, metode penegasan mempertimbangkan jarak antara himpunan *fuzzy*, titik pusat, serta rata-rata nilai berat (momen) dari fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* tersebut.

Magnitude adalah besarnya suatu bilangan *fuzzy* yang merupakan bilangan riil tegas (*crisp*) dari suatu bilangan *trapezoidal fuzzy*(Grzegorzewski & Mrowka, 2004). Bilangan *trapezoidal fuzzy* $\widetilde{U}=(x_0,y_0,\sigma,\beta)$dengan bentuk parameter $\widetilde{U}=(\underline{\widetilde{U}}(r),\overline{\widetilde{U}}(r))$,*magnitude* bilangan *trapezoidal fuzzy* $\widetilde{U}$ adalah $Mag(\widetilde{U})=\frac{1}{2}\left[\int_0^1\left(\underline{\widetilde{U}}(r)+\overline{\widetilde{U}}(r)+x_0+y_0\right)f(r)dr\right]$(Abbasbandy & Hajjari, 2008). Perhitungan nilai tegas pada bilangan *fuzzy* $\widetilde{U}$yaitu membagi titik-titik suatu bilangan*trapezoidal fuzzy* menjadi lebih kecil sehingga hasil yang diperoleh lebih mendekati titik tengah dari suatu bilangan *trapezoidal fuzzy*.

Di dalam fisika, hasilkali antara massa partikel dan jarak berarah partikel terhadap sebuah garis disebut momen terhadap garis.

Definisi 3.2 (Purcell, 1984)

Andaikan f dan g fungsi-fungsi yang kontinu pada $[a,b]$ dengan $g(x)\leq f(x)$ untuk $a\leq x\leq b$, misalkan L lamina homogen dengan padat massa δ dan $\mathcal{R}=\{P:(x,y)|a\leq x\leq b, g(x)\leq y\leq f(x)\}$.

Maka momen L terhadap garis vertikal $x = h$ adalah

$$M_{x=h}(L) = \delta \int_a^b (x-h)[f(x)-g(x)]\, dx$$

Demikian pula, momen lamina homogen L dengan padat massa δ terhadap garis horizontal $y = k$ sebagai berikut.

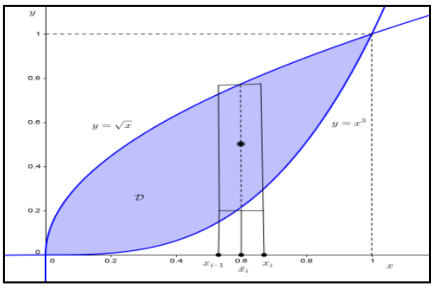
$$M_{y=k}(L) = \frac{1}{2}\delta \int_a^b [f(x)+g(x)-2k][f(x)-g(x)]\, dx$$

Definisi serupa diperoleh dengan menukar x dan y untuk daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva $x = f(y), x = g(y)$ dan garis-garis $y = c, y = d$; f dan g adalah fungsi-fungsi kontinu pada $[c, d]$ sedangkan $g(y) \le f(y)$ untuk $c \le x \le d$.

Contoh 3.2

Tentukan momen daerah $\mathcal{D}$ apabila $= \{P:(x,y)|0 \le x \le 1$ dan $0 \le x^3 \le y \le \sqrt{x}\}$.

Solusi :



Gambar 3.1 Momen daerah yang dibatasi kurva $y = x^3$ dan $y = \sqrt{x}$

Luas empat siku hampiran gambar (3.1) adalah $\Delta A_i = \left(\sqrt{\bar{x}_i} - \bar{x}_i^3\right)\Delta x_i$,
Dengan $\bar{x}_i$adalah titik tengah interval $[x_{i-1}, x_i]$. Momen-momen terhadap sumbu x dan sumbu y masing-masing adalah

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{\bar{x}_i} + \bar{x}_i^3\right)\Delta A_i = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\bar{x}_i} + \bar{x}_i^3\right)\left(\sqrt{\bar{x}_i} - \bar{x}_i^3\right)\Delta x_i = \frac{1}{2}\left(\bar{x}_i - \bar{x}_i^6\right)\Delta x_i$$

Dan$\bar{x}_i\, \Delta A_i = \bar{x}_i\left(\sqrt{\bar{x}_i} - \bar{x}_i^3\right)\Delta x_i$, Sehingga momen-momen daerah $\mathcal{D}$ terhadap sumbu x dan sumbu y adalah

$M_x = \lim\limits_{|P|\to 0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2}\left(\bar{x}_i - \bar{x}_i^6\right)\Delta x_i = \frac{1}{2}\int_0^1 (x - x^6)\, dx = \frac{5}{28}$,

$M_y = \lim\limits_{|P|\to 0} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i\left(\sqrt{\bar{x}_i} - \bar{x}_i^3\right)\Delta x_i = \int_0^1 x\left(\sqrt{x} - x^3\right) dx = \frac{1}{5}$.

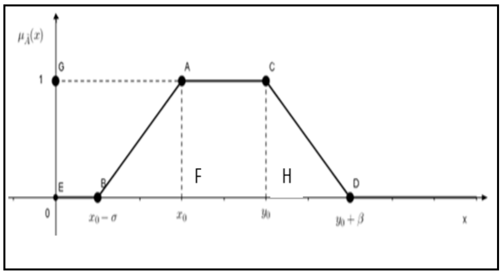
Jadi, momen daerah $\mathcal{D}$ terhadap sumbu $= \frac{5}{28}$. Sedangkan momen daerah $\mathcal{D}$ terhadap sumbu y $= \frac{1}{5}$.

Teorema 3.1

Diketahui $\widetilde{A} = (x_0, y_0, \sigma, \beta)$ merupakan bilangan *trapezoidal fuzzy* dan $f(\alpha)$ merupakan *reduce function,* penegasan dari bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$adalah

$Mag(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\left(\int_0^1 \left(\tilde{A}_L(\alpha) + \tilde{A}_U(\alpha) + x_0 + y_0\right) f(\alpha)\, d\alpha\right)$.

Bukti :
Pandang $\widetilde{A} = (x_0, y_0, \sigma, \beta)$ merupakan bilangan *trapezoidal fuzzy* yang disajikan dalam fungsi keanggotaan bilangan *trapezoidal fuzzy* menurut Definisi 2.1 sebagai berikut



Gambar 3.2 Fungsi Keanggotaan *Trapezoidal Fuzzy* $\tilde{A} = (x_0, y_0, \sigma, \beta)$

Dengan menganalogikan$\mu_{\tilde{A}}(x) = y$, selanjutnya menghitung momen luasan bidang. Berdasarkan Gambar (3.2) diketahui titik $A(x_0, 1), B(x_0 - \sigma, 0), C(y_0, 1)$, dan $D(y_0 + \beta, 0)$, sedemikian sehingga dapat dibentuk persamaan sebagai berikut.

a. Persamaan garis ABy aitu $x = x_0 + (y - 1)\sigma$
b. Persamaan garis CD yaitu $x = y_0 + (1 - y)\beta$

Kemudian sesuai Definisi 3.2 akan dihitung momen luasan rata-rata pada setiap ruas garis yang terdapat dalam fungsi keangggotaan bilangan *trapezoidal fuzzy* $\widetilde{A}$ yaitu sebagai berikut

i. Momen garis AB terhadap garis *vertikaly* = *k* adalah

$$M_{y=k}(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}\delta \int_0^1 [f(y) - k](x_0 + (y - 1)\sigma)\, dy$$

ii. Momen garis CD terhadap garis *vertikaly* = *k* adalah

$$M_{y=k}(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}\delta \int_0^1 [f(y) - k](y_0 + (1 - y)\beta)\, dy$$

iii. Momen daerah EFAG terhadap garis *vertikaly* = *k* adalah

$$M_{y=k}(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}\delta \int_0^1 [f(y) - k]\, x_0\, dy$$

iv. Momen daerah EHCG terhadap garis *vertikaly* = *k* adalah

$$M_{y=k}(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}\delta \int_0^1 [f(y) - k]\, y_0\, dy$$

Selanjutnya menghitung jumlah momen dari masing-masing hasil perhitungan momen luasan bidang pada setiap ruas garis dari fungsi keanggotaan bilangan *trapezoidal fuzzy*. Dengan mengasumsikan kepadatan massa dari bilangan *trapezoidalfuzzy*$\widetilde{A}$ adalah δ = 1, sedemikian sehingga didapatkan hasil penjumlahan sebagai berikut.

$$M_{y=0}(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}\int_0^1 [f(y) - 0](x_0 + (y-1)\sigma)\, dy$$
$$+\frac{1}{2}\int_0^1 [f(y) - 0](y_0 + (1-y)\beta)\, dy + \frac{1}{2}\int_0^1 [f(y) - 0]\, x_0\, dy$$
$$+\frac{1}{2}\int_0^1 [f(y) - 0]\, y_0\, dy$$
$$= \frac{1}{2}\int_0^1 [f(y)][(x_0 + (y-1)\sigma) + \left(y_0 + (1-y)\beta\right) + x_0$$
$$+ y_0]\, dy = Mag(\widetilde{A})$$

Contoh 3.3

Misalkan $\widetilde{\mathrm{H}} = (50,70,10,10)$ merupakan bilangan *trapezoidal fuzzy* yang diubah kedalam bilangan tegas dengan *Magnitude* diperoleh :

$$\underline{\widetilde{\mathrm{H}}}(r) = x_0 - \sigma + \sigma r = 50 - 10 + 10r\,,$$
$$\overline{\widetilde{\mathrm{H}}}(r) = y_0 + \beta - \beta r = 70 + 10 - 10r$$
$$Mag(\widetilde{\mathrm{H}}) = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 \left(\underline{\widetilde{\mathrm{H}}}(r) + \overline{\widetilde{\mathrm{H}}}(r) + x_0 + y_0\right) f(r) dr\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left(\int_0^1 (50 - 10 + 10r + 70 + 10 - 10r + 50 + 70) f(r) dr\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\int_0^1 (240) r\, dr\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{240}{2} r^2\right]_0^1 = 60$$

Sehingga diperoleh nilai *Magnitude* yaitu $Mag(\widetilde{\mathrm{H}}) = 60$.

Operasi aritmatika antara dua buah bilangan *trapezoidal fuzzy* didefiniskan menurut prinsip perluasan.

Definisi 3.3(Abbasbandy & Hajjari, 2008)Diberikan $\widetilde{U} = (x_0, y_0, \sigma_0, \beta_0)$ dan $\widetilde{V} = (x_1, y_1, \sigma_1, \beta_1)$adalah dua bilangan *trapezoidal fuzzy*, dengan $\widetilde{U} = \left(\underline{\widetilde{U}}, \overline{\widetilde{U}}\right)$ dan $\widetilde{V} = \left(\underline{\widetilde{V}}, \overline{\widetilde{V}}\right)$ didefinisikan.

i. $\widetilde{\mathrm{U} \oplus \mathrm{V}} = (x_0, y_0, \sigma_0, \beta_0) \oplus (x_1, y_1, \sigma_1, \beta_1)$
$= (x_0 + x_1, y_0 + y_1, \sigma_0 + \sigma_1, \beta_0 + \beta_1)$

   a. $\left(\underline{\widetilde{\mathrm{U} \oplus \mathrm{V}}}\right)(r) = \underline{\widetilde{U}}(r) + \underline{\widetilde{V}}(r) = (x_0 - \sigma_0 + \sigma_0 r) + (x_1 - \sigma_1 + \sigma_1 r) = (x_0 + x_1) + (\sigma_0 + \sigma_1) r - (\sigma_0 + \sigma_1)$
   b. $\left(\overline{\widetilde{\mathrm{U} \oplus \mathrm{V}}}\right)(r) = \overline{\widetilde{U}}(r) + \overline{\widetilde{V}}(r) = (y_0 + \beta_0 - \hat{a}_0 r) + (y_1 + \beta_1 - \beta_1 r) = (y_0 + y_1) + (\beta_0 + \beta_1) - (\beta_0 + \beta_1) r$

ii. $(k\widetilde{U}) = \left(k(x_0, y_0, \sigma_0, \beta_0)\right) = (kx_0, ky_0, k\sigma_0, k\beta_0)$

   a. $(\underline{k\widetilde{U}})(r) = k\underline{\widetilde{U}}(r) = k(x_0 - \sigma_0 + \sigma_0 r) = (kx_0 - k\sigma_0 + k\sigma_0 r), k > 0,$
   b. $\left(\overline{k\widetilde{U}}\right)(r) = k\overline{\widetilde{U}}(r) = k\left(y_0 + \beta_0 - \beta_0 r\right) = (ky_0 - k\beta_0 r + k\beta_0), k > 0,$

Teorema 3.2(Abbasbandy & Hajjari, 2008)

Untuk dua bilangan trapezoidal *fuzzy* $\widetilde{U}$dan $\widetilde{V} \in \mathbb{F}(\mathbb{R})$, dengan$\widetilde{U} = (x_0, y_0, \sigma_0, \beta_0)$ dan $\widetilde{V} = (x_1, y_1, \sigma_1, \beta_1)$. Berlaku :$Mag\left(\widetilde{U \oplus \mathrm{V}}\right) = Mag\left(\widetilde{U}\right) \oplus Mag(\widetilde{V})$

Teorema 3.3 (Abbasbandy & Hajjari, 2008)

Untuk semua bilangan *trapezoidal fuzzy* simetris $\widetilde{U} = (-x_0, x_0, \sigma, \sigma)$. Berlaku :

$$Mag(\widetilde{U}) = 0$$

Teorema 3.4(Abbasbandy & Hajjari, 2008)
Untuk setiap dua bilangan *trapezoidal fuzzy* simetris $\widetilde{U} = (x_0, y_0, \sigma, \sigma)$ dan $\widetilde{V} = (x_0, y_0, \sigma, \sigma)$. Berlaku:$Mag(\widetilde{U}) = Mag(\widetilde{V})$
Teorema 3.5
Untuk setiap bilangan *trapezoidal fuzzy* $\widetilde{U} = (x_0, y_0, \sigma_0, \beta_0)$dan $k > 0 \;\forall\; \widetilde{U} \in \mathbb{F}(\mathbb{R})$ k merupakan konstanta. Berlaku :$Mag(k\widetilde{U}) = kMag(\widetilde{U})$
Bukti :

$$(k\widetilde{U}) = \left(k(x_0, y_0, \sigma_0, \beta_0)\right) = (kx_0, ky_0, k\sigma_0, k\beta_0)$$
$$(\underline{k\widetilde{\ }})(r) = k\underline{\widetilde{U}}(r) = k(x_0 - \sigma_0 + \sigma_0 r) = (kx_0 - k\sigma_0 + k\sigma_0 r)$$
$$\left(\overline{k\widetilde{U}}\right)(r) = k\overline{\widetilde{U}}(r) = k(y_0 + \beta_0 - \beta_0 r) = (ky_0 - k\beta_0 r + k\beta_0)$$
$$Mag(k\widetilde{U}) = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 \left(\underline{k\widetilde{U}}(r) + \overline{k\widetilde{U}}(r) + kx_0 + ky_0\right) f(r)dr\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\int_0^1 (kx_0 - k\sigma_0 + k\sigma_0 r + ky_0 + k\beta_0 - k\beta_0 r + kx_0 + ky_0)f(r)dr\right]$$
$$= \frac{1}{2}k\left[\int_0^1 (x_0 - \sigma_0 + \sigma_0 r + y_0 + \beta_0 - \beta_0 r + x_0 + y_0)f(r)dr\right]$$
$$= kMag(\widetilde{U}) \therefore Terbukti.$$

Contoh 3.4
Diberikan bilangan *trapezoidal fuzzy* yaitu $\widetilde{U} = (5, 6, 2, 2)$ dan $k = 2 > 0$, $\forall\; \widetilde{U} \in \mathbb{F}(\mathbb{R})$ maka diperoleh

$$Mag(k\widetilde{U}) = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 \left(\underline{k\widetilde{U}}(r) + \overline{k\widetilde{U}}(r) + kx_0 + ky_0\right) f(r)dr\right] = 11$$
$$Mag(\widetilde{U}) = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 \left(\underline{\widetilde{U}}(r) + \overline{\widetilde{U}}(r) + x_0 + y_0\right) f(r)dr\right] = 5{,}5$$

Sehingga untuk $kMag(\widetilde{U}) = 2 \times 5{,}5 = 11$.
Definisi 3.4(Abbasbandy & Hajjari, 2008)Diberikan dua bilangan *trapezoidal fuzzy*$\widetilde{U}$ dan $\widetilde{V} \in \mathbb{F}(\mathbb{R})$. Ranking atau urutan antara dua bilangan *trapezoidal fuzzy* yangdidefinisikan sebagai berikut:

i. $Mag(\widetilde{U}) > Mag(\widetilde{V})$ jika dan hanya jika $\widetilde{U} \succ \widetilde{V}$,
ii. $Mag(\widetilde{U}) = Mag(\widetilde{V})$ jika dan hanya jika $\widetilde{U} \sim \widetilde{V}$.

Contoh 3.5
Maka sesuai definisi sifat perbandingan relasi bilangan trapesium *fuzzy*, dengan cara yang sama diperoleh:

a. $\mathrm{Mag}(4, 5, 3{,}3) = 4{,}5 > Mag(4, 5, 3, 1) = 4{,}333$sehingga
$$(4, 5, 3{,}3) \succ (4, 5, 3{,}1)$$
b. $Mag\ (3, 4, 2, 1) = 3{,}42 < Mag(3, 4, 1{,}7) = 4$ sehingga

$$(3,4,2,1) \prec (3,4,1,7)$$

c. $Mag(3,4,1,7) = 4 = Mag(3,5,2,2) = 4$ sehingga $(3,4,1,7) \sim (3,5,2,2)$.

4. KESIMPULAN

Magnitude digunakan untuk mengkonversi bilangan *trapezoidal fuzzy* menjadi bilangan tegas (*crisp*) sekaligus dapat digunakan dalam meranking (mengurutkan) dua bilangan *trapezoidal fuzzy.* Proses perhitungan *Magnitude* merupakan penegasan yang perhitungannya diperoleh dengan menggunakan pendekatan momen luasan bidang pada fungsi keanggotaan bilangan *trapezoidal fuzzy.* Sehingga diperoleh perhitungan *Magnitude* yang merupakan metode pendekatan sebagai penegas bilangan *trapezoidal fuzzy.* Tujuan *Magnitude* dapat meranking bilangan *trapezoidal fuzzy* yang tidak dapat diranking dengan "*Distance Minimization*".

5. DAFTAR PUSTAKA

Abbasbandy, S., & Hajjari, T. (2008). A New Approach for Ranking of Trapezoidal Fuzzy Numbers. *Computers and Mathematics with Applications*, 413-419.

Asady, B., & Zendehnam, A. (2006). Ranking Fuzzy Numbers by Distance Minimization. *Applied Mathematical Modelling*, 2589-2598.

Grzegorzewski, P., & Mrowka, E. (2004). Trapezoidal Approximations of Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 115-135.

Purcell, E. J. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis. Edisi ke 3 jilid 1. Diterjemahkan oleh : Rawuh.* Jakarta: Erlangga.