

M-12

PERHITUNGAN HARGA PREMI MODEL DUA TAHUNAN DENGAN FAKTOR *UNDERWRITING* MENGGUNAKAN *GENERALIZED LINEAR MODELS*

Siti Alfiatur Rohmaniah¹⁾, Danardono²⁾

¹⁾Universitas Islam Darul Ulum Lamongan, ²⁾Universitas Gadjah Mada Yogyakarta
nia0304@gmail.com, danardono@ugm.ac.id

Abstrak

Risiko kematian sangat berpengaruh dalam menentukan harga premi asuransi jiwa. Setiap individu mempunyai tingkat risiko kematian yang berbeda tergantung faktor underwriting. Pada kenyataannya, perusahaan asuransi menawarkan harga premi yang sama untuk individu dengan usia dan jenis kelamin yang sama. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan mortalita dalam risiko kematian berdasarkan faktor underwriting menggunakan Generalized Linear Models (GLM), kemudian mengembangkan metode untuk menentukan harga premi model dua tahunan. Penelitian dimulai dengan mengkaji teori yang berkaitan dengan faktor underwriting, GLM, dan mencari estimasi parameter dalam GLM yang selanjutnya digunakan untuk membentuk model mortalita dengan fungsi logit sebagai link function. Model mortalita yang diperoleh digunakan untuk menghitung harga premi model dua tahunan. Data yang digunakan adalah data longitudinal mengenai faktor-faktor underwriting yang berdistribusi binomial diambil dari Health and retirement study dan diolah menggunakan software R 3.3.2. Hasil penelitian berupa model mortalita dimana setiap individu mempunyai probabilitas kematian atau risiko kematian berbeda tergantung faktor underwriting yang diderita. Faktor underwriting yang berpengaruh signifikan terhadap probabilitas kematian adalah usia, status peminum alkohol, penyakit jantung, dan diabetes. Model mortalita tersebut digunakan untuk menghitung premi model dua tahunan. Semakin besar risiko kematian seseorang, semakin besar pula harga premi yang ditawarkan.

Kata Kunci: *underwriting; Generalized Linear Models; premi asuransi*

1. PENDAHULUAN

Risiko kematian sangat berpengaruh terhadap beberapa jenis asuransi, diantaranya asuransi jiwa dan asuransi kesehatan. Banyak sekali faktor yang mempengaruhi risiko kematian seseorang. Menurut Brown dan Mc Daid (2003) faktor-faktor tersebut diantaranya adalah jenis kelamin, usia, pekerjaan, pendapatan, riwayat kesehatan, merokok, obesitas, alkohol, dan lain-lain dimana faktor tersebut merupakan faktor yang dapat diamati atau disebut faktor *underwriting*. Sebuah penelitian menunjukkan bahwa *underwriting* mempunyai dampak yang signifikan terhadap perkiraan harapan hidup (Manton et al., 1986 dan Su dan Sherris, 2012). Faktor *underwriting* seharusnya berpengaruh dalam menentukan harga premi asuransi.

Pada kenyataannya, perusahaan asuransi menawarkan harga premi yang sama untuk individu dengan usia dan jenis kelamin yang sama, tanpa melihat faktor-faktor *underwriting*. Akibatnya, jika perusahaan asuransi menawarkan harga premi tinggi, maka individu yang mempunyai resiko kematian rendah

(status kesehatan baik) enggan untuk membeli asuransi tersebut. Sebaliknya, jika perusahaan asuransi menawarkan harga premi rendah, individu yang mempunyai resiko kematian tinggi (status kesehatan buruk) akan berbondong-bondong membeli asuransi tersebut. Hal ini mengakibatkan kerugian apabila perusahaan asuransi tidak mampu mengcover pembayaran klaim.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan mortalita dalam risiko kematian berdasarkan faktor *underwriting* menggunakan *Generalized Linear Models* (GLM), kemudian mengembangkan metode untuk menentukan harga premi model dua tahunan. Faktor risiko bisa digunakan sebagai faktor *underwriting* jika obyektif dan mudah diukur. Sehingga dalam penelitian ini, faktor risiko yang digunakan terbatas pada usia, jenis kelamin, status merokok, status peminum alkohol, dan riwayat kesehatan meliputi kolesterol, jantung, stroke dan diabetes. Model mortalita yang diperoleh berkaitan dengan tingkat harapan hidup seseorang, sehingga nilainya berpengaruh dan dapat digunakan dalam menentukan harga premi.

2. METODE PENELITIAN

2.1 *Generalized Linear Models* (GLM)

Generalized Linear Models (GLM) adalah model yang digunakan untuk mengukur hubungan antara variabel respon dengan satu atau lebih variabel penjelas. Secara umum variabel random respon Y_1, \dots, Y_m dengan $E(Y_i) = \mu_i$ diasumsikan mempunyai fungsi densitas dari keluarga eksponensial. Komponen sistematik dalam GLM berbentuk prediktor linear. Prediktor linear menghubungkan dan memberi spesifikasi pengaruh variabel penjelas X_i ke mean dari respon Y_i dalam bentuk $\eta_i = X_i\beta$ yang merupakan kombinasi linear antara koefisien regresi dengan kovariat. Fungsi penghubung monoton g sedemikian sehingga

$$g(\mu_i) = X_i\beta \quad (1)$$

merupakan fungsi yang menghubungkan mean respon $\mu_i = E(Y_i | X_i)$ dengan kovariat $X_i\beta$. Dengan X_i adalah matriks ($n_i \times p$) yang menunjukkan nilai kovariat dan β adalah matriks ($p \times 1$) menunjukkan vektor parameter.

Misalkan Y_1, \dots, Y_m adalah variabel random independen, suatu fungsi penghubung disebut fungsi penghubung kanonik apabila $g(\mu_i) = \theta$ dengan θ adalah parameter kanonik dalam

$$f(y_i) = \exp\left(\frac{y_i\theta_i - \psi(\theta_i)}{\phi} + c(y_i, \phi)\right) \quad (2)$$

dengan $\psi(\cdot)$ dan $c(\cdot)$ merupakan fungsi yang diketahui, ϕ adalah parameter skala, dan $f(y)$ merupakan fungsi probabilitas variabel random Y yang

termasuk dalam keluarga eksponensial. Rata-rata Y adalah $\mu_i = \psi'(\theta_i)$ dan variansi Y adalah $Var[Y] = \phi\psi''(\theta_i) = \phi V(\mu_i)$.

Parameter yang akan diestimasi dalam GLM adalah parameter β . Misalkan $g(\mu_i) = X_i^T \beta$. Estimasi maksimum *likelihood* dari β :

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} &= 0 \\ \Leftrightarrow X^T W \Delta \mu &= X^T W \Delta Y \end{aligned} \tag{3}$$

Untuk menyelesaikan persamaan tersebut dapat digunakan suatu metode numerik misalnya Newton-Raphson. Turunan kedua fungsi log *likelihood* $l(\beta)$ adalah:

$$\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta \partial \beta^T} = -\frac{1}{\phi} X^T W \Delta \frac{\partial \mu}{\partial \beta^T} + \frac{1}{\phi} X^T \frac{\partial W \Delta}{\partial \beta^T} (Y - \mu) \tag{4}$$

Scoring Algorithm dengan iterasi ke- $m+1$ yaitu $\hat{\beta}^{(m+1)}$, secara iteratif menggunakan formula sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}^{(m+1)} &= \hat{\beta}^{(m)} - \left(E \left(H \left(\hat{\beta}^{(m)} \right) \right) \right)^{-1} s \left(\hat{\beta}^{(m)} \right) \\ &= \hat{\beta}^{(m)} + \left(X^T W X \right)^{-1} X^T W \Delta (Y - \mu) \end{aligned} \tag{5}$$

Jika $\hat{\beta}^{(m+1)} \approx \hat{\beta}^{(m)}$ (misalkan $\|\hat{\beta}^{(m+1)} - \hat{\beta}^{(m)}\| < \varepsilon$, dengan ε adalah suatu bilangan positif yang sangat kecil sekali mendekati nol) maka proses iterasi berhenti dan kemudian diambil $\hat{\beta}^{(m+1)}$ sebagai estimasi dari β .

Model mortalita adalah probabilitas seseorang meninggal pada usia tertentu. Karena dalam GLM responnya biner dan berdistribusi binomial maka fungsi logit digunakan sebagai *link function* untuk menghubungkan q_{it} ke prediktor linear $(X_{it}\beta)$. Model mortalita dua tahunan:

$${}_2q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}{(1 + \exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i))} \tag{6}$$

2.2 Metode untuk Menentukan Harga Premi

Tingkat diskonto model dua tahunan adalah:

$$d^{(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2} (1 - (1 - d)^2) \tag{7}$$

Asuransi jiwa berjangka dengan memberikan 1 unit pada akhir dua tahun kematian, diperoleh:

$$b_{2k+2} = \begin{cases} 1, & k = 0, 1, \dots, n/2 - 1 \\ 0, & \text{untuklainnya} \end{cases}$$

$$v_{2k+2} = v^{2k+2},$$

$$Z = \begin{cases} v^{2K+2}, & K = 0, 1, \dots, \frac{n}{2} - 1 \\ 0, & \text{untuklainnya} \end{cases}$$

Sehingga diperoleh nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$A_{\overline{t:n}|} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k+2} {}_{2k}P_t {}_2q_{t+2k} \tag{8}$$

Karena model mortalitas yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka nilai sekarang aktuarial untuk anuitas jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$\ddot{a}_{\overline{t:n}|}^{(m)} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k} {}_{2k}P_t, \quad m = \frac{1}{2} \tag{9}$$

Premi dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, yaitu:

$$P_{\overline{t:n}|}^{(m)} = \frac{A_{\overline{t:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{t:n}|}^{(m)}}, \text{ dimana } n = \text{bilangan genap.} \tag{10}$$

2.3 Data Health and Retirement Study (HRS)

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penduduk Amerika yang berjenis kelamin laki-laki dan berusia 51 - 74 dari tahun 2000 sampai 2010. Data diambil dari www.hrsonline.isr.umich.edu sebanyak 106 individu setiap dua tahun sekali selama 6 kali yaitu tahun 2000, 2002, 2004, 2006, 2008 dan 2010. Data tersebut mengenai usia, status merokok, status peminum alkohol, dan riwayat kesehatan meliputi kolesterol, jantung, stroke dan diabetes.

Tabel 1 Data HRS

No.	ID	ID2 (t)	Penelitian ke	Kematian	Usia (t)	Merokok (RKK _t)	Alkohol (ALK _t)	Kolesterol (KST _t)	Jantung (JTG _t)	Stroke (STR _t)	Diabetes (DBT _t)
1	105770110000000	1	1	0	51	1	0	1	0	0	0
2	105770110000000	1	2	0	53	1	0	1	0	0	0
3	105770110000000	1	3	0	55	1	0	1	0	0	0
4	105770110000000	1	4	0	57	1	0	1	0	0	0
5	105770110000000	1	5	0	59	1	0	1	0	0	1
6	105770110000000	1	6	0	61	0	0	1	0	0	1
7	108180400000000	2	1	0	51	0	1	1	0	0	0
8	108180400000000	2	2	0	53	0	1	1	0	1	0
9	108180400000000	2	3	0	55	0	1	1	1	0	0
10	108180400000000	2	4	0	57	0	1	1	1	0	0
11	108180400000000	2	5	0	59	0	1	1	0	0	0
12	108180400000000	2	6	0	61	0	1	1	0	0	0
13	118260110000000	3	1	0	51	0	1	1	0	0	0
14	118260110000000	3	2	0	53	0	1	1	0	0	0
15	118260110000000	3	3	1	55	0	1	1	0	0	0
16	116260110000000	4	1	0	51	0	0	0	0	0	0
17	116260110000000	4	2	0	53	0	0	1	0	0	0
18	116260110000000	4	3	0	55	0	0	1	0	0	0
19	116260110000000	4	4	0	57	0	0	0	1	0	1
20	116260110000000	4	5	0	59	0	1	1	0	0	1
21	116260110000000	4	6	0	61	0	1	1	0	0	1

2.4 Ilustrasi Model

Karena data yang digunakan adalah data dua tahunan, maka model mortalita yang diperoleh merupakan estimasi probabilitas kematian dalam selang dua tahun, dan dinotasikan dengan ${}_2q_{it}$ yaitu probabilitas seorang i meninggal pada usia t untuk dua tahun kedepan. Berdasarkan persamaan (6) diperoleh ilustrasi model mortalita sebagai berikut:

$${}_2q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\hat{\beta})}{1 + \exp(X_{it}\hat{\beta})}$$

$$\Leftrightarrow {}_2q_{it} = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1USA_{it} + \hat{\beta}_2RKK_{it} + \hat{\beta}_3ALK_{it} + \hat{\beta}_4KST_{it} + \hat{\beta}_5JTG_{it} + \hat{\beta}_6STR_{it} + \hat{\beta}_7DBT_{it})}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1USA_{it} + \hat{\beta}_2RKK_{it} + \hat{\beta}_3ALK_{it} + \hat{\beta}_4KST_{it} + \hat{\beta}_5JTG_{it} + \hat{\beta}_6STR_{it} + \hat{\beta}_7DBT_{it})}$$

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Parameter

Data mengenai usia, status merokok, status peminum alkohol dan riwayat kesehatan yaitu kolesterol, jantung, stroke dan diabetes merupakan faktor-faktor yang digunakan sebagai variabel independen (X), sedangkan sebagai variabel dependen (Y) adalah kematian. Estimasi parameter dilakukan menggunakan *software R 3.3.2* dimana perintah *glm* pada *library stats*.

Tabel 2 Output model mortalita

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.66129    2.32500  -5.446 5.16e-08 ***
USA           0.14462    0.03271   4.421 9.80e-06 ***
RKK1tidak    0.07930    0.42059   0.189 0.85045
ALK1tidak    0.74719    0.28669   2.606 0.00915 **
KST1tidak    0.37704    0.37638   1.002 0.31647
JTG1tidak    0.68353    0.30549   2.237 0.02526 *
STR1tidak    0.09047    0.34786   0.260 0.79481
DBT1tidak    0.69996    0.34399   2.035 0.04187 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 400.38  on 473  degrees of freedom
Residual deviance: 372.42  on 466  degrees of freedom
AIC: 388.42

Number of Fisher Scoring iterations: 5
    
```

Pemilihan variabel independen terbaik yang secara statistik mempengaruhi variabel dependen dilakukan dengan metode eliminasi mundur (*backward*), dimana hipotesis:

$$H_0 = \beta_i = 0$$

$$H_1 = \beta_i \neq 0$$

Tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ dan daerah kritis H_0 ditolak jika $p\text{-value} < \alpha$. Berdasarkan Tabel 2 diperoleh RKK (status individu sebagai perokok) mempunyai nilai $p\text{-value}$ terbesar yaitu 0.85045 dan lebih dari α . Artinya RKK (status individu sebagai perokok) tidak berpengaruh terhadap model, untuk itu akan dilakukan pemilihan model terbaik dengan metode eliminasi mundur (*backward*) dengan membuang variabel yang tidak signifikan dan mempunyai $p\text{-value}$ terbesar yaitu RKK. Besarnya AIC untuk model tersebut adalah 388.42. Langkah dilanjutkan sampai diperoleh model dengan variabel independen terbaik.

Tabel 3 Output model mortalita dengan variabel independen terbaik

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.34988    2.29201  -5.388 7.12e-08 ***
USA           0.14306    0.03209   4.459 8.24e-06 ***
ALK1tidak    0.73190    0.28250   2.591 0.00957 **
JTG1tidak    0.66982    0.30262   2.213 0.02687 *
DBT1tidak    0.70343    0.34249   2.054 0.03999 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 400.38  on 473  degrees of freedom
Residual deviance: 373.56  on 469  degrees of freedom
AIC: 383.56

Number of Fisher Scoring iterations: 5

```

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh semua nilai $p\text{-value}$ kurang dari kriteria α , sehingga variabel prediktor tersebut merupakan variabel independen terbaik. Pemilihan variabel terbaik secara statistik juga dapat dilakukan dengan metode kriteria informasi, salah satunya adalah *Akaike Information Criterion* (AIC). Model di atas mempunyai nilai AIC paling minimal dibandingkan dengan model-model sebelumnya yaitu sebesar 383.56.

3.2 Model Mortalita

Model mortalita yang diperoleh adalah:

$${}^2q_{it} = \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70343DBT_{it})}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70343DBT_{it})}$$

Sebagai contoh perhitungan untuk individu $i = 1$, mempunyai resiko kematian sebagai berikut:

- a. Usia 51, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
 {}_2q_{i=1t=51} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{t=1t=51})}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{t=1t=51})} \\
 &= 0.006344388
 \end{aligned}$$

- b. Usia 53, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
 {}_2q_{i=1t=53} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{t=1t=53})}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{t=1t=53})} \\
 &= 0.008428268
 \end{aligned}$$

dan seterusnya, sehingga diperoleh besarnya probabilitas kematian.

3.3 Menentukan Harga Premi

Karena model mortalita yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka digunakan tingkat diskonto untuk dua tahunan. Tingkat diskonto tahunan adalah 8% , sehingga dengan menggunakan persamaan (7) diperoleh

$$d^{(\frac{1}{2})} = 0.0768 .$$

Setelah diperoleh ${}_2q_{it}$ yaitu probabilitas seorang i meninggal pada usia t untuk dua tahun kedepan, selanjutnya dilakukan perhitungan untuk memperoleh nilai untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun, yaitu:

$$A_{i:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k+2} {}_{2k}p_{it} {}_2q_{it+2k} , \text{ dimana } n = 2; i = 1, 2, \dots, 106; t = \text{usia} .$$

Sehingga

$$A_{i:\overline{2}|} = v^2 {}_2q_{it}$$

Sedangkan nilai untuk anuitas jiwa berjangka dua tahun adalah:

$$\ddot{a}_{i:\overline{n}|}^{(m)} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k} {}_{2k}p_{it} , \text{ dimana } n = 2 \text{ dan } m = \frac{1}{2}$$

Sehingga $\ddot{a}_{i:\overline{2}|}^{(1/2)} = 1$ untuk semua usia dan semua individu. Kemudian premi bersih dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun, yaitu:

$$P_{i:\overline{n}|}^{(m)} = \frac{A_{i:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{i:\overline{n}|}^{(m)}} , \text{ dimana } n = 2 \text{ dan } m = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow P_{i:\overline{2}|}^{(1/2)} = A_{i:\overline{2}|}$$

Premi bersih dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun individu $i = 1$ adalah:

- a. Usia 51, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
 P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1}^{1}_{51:2} \\
 &= v^2 {}_2q_{i=1t=51} \\
 &= (1-0.08)^2 0.006344388 \\
 &= 0.00536989.
 \end{aligned}$$

- b. Usia 53, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
 P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1}^{1}_{53:2} \\
 &= v^2 {}_2q_{i=1t=53} \\
 &= (1-0.08)^2 0.008428268 \\
 &= 0.007133686.
 \end{aligned}$$

4. SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dan studi kasus yang telah disampaikan pada bab-bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan bahwa faktor *underwriting* yang berpengaruh signifikan terhadap probabilitas kematian adalah usia, status peminum alkohol, penyakit jantung dan diabetes. Model mortalita yang diperoleh adalah:

$${}_2q_{it} = \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70343DBT_{it})}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70343DBT_{it})}$$

Model mortalita tersebut digunakan untuk menghitung premi model dua tahunan. Semakin besar risiko kematian seseorang, semakin besar pula harga premi yang ditawarkan.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A. dan Nesbitt, C.J., 1997, *Actuarial Mathematics 2nd Edition*, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois.
- Danardono, 2012, *Analisis Data Longitudinal*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada.
- Dobson, A. J., 2002, *An Introduction to Generalized Linear Models 2nd Edition*, Chapman & Hall/CRC. New York.
- Fahrmeir, L., Tutz, G., 1994, *Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linear Models*, Springer-Verlag, New York.
- Galecki, A., Burzykowski, T., 2013, *Linear Mixed-Effects Models Using R*, Springer, New York.
- McCulloch, C. E., Searle, S. R., 2001, *Generalized Linear Models*, Wiley Series and Applied Probability. Chapman and Hall, New York.
- McDaid, J., Brown, R. L., 2003, Factors Affecting Retirement Mortality, *North American Actuarial Journal*, 7, pp. 24-43.

- Meyricke, R., Sherris, M., 2013, The Determinants of Mortality Heterogeneity and Implications for Pricing Annuities, *Insurance: Mathematics and Economics*, 53, pp. 379-387.
- Su, S., Sherris, M., 2012, Heterogeneity of Australian Population Mortality and Implications for a Viable Life Annuity Market, *Insurance: Mathematics and Economics*, 51, pp. 322-332.
- Thabrany, H., 2005, *Dasar-Dasar Asuransi Kesehatan*, Perhimpunan Ahli Manajemen Jaminan dan Asuransi Kesehatan Indonesia, Jakarta.