

## DIAGNOSIS KESULITAN PENALARAN MATEMATIS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH POLA BILANGAN DAN PEMBERIAN *SCAFFOLDING*

Nur Indha Permata Sari, Subanji, Erry Hidayanto

Universitas Negeri Malang

nur.sari2@gmail.com, subanjimat@yahoo.co.id, erry.hidayanto.fmipa@um.ac.id

### *Abstrak*

Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan bentuk kesulitan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan, serta bentuk scaffolding untuk mengatasi kesulitan penalaran tersebut. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif. Subjek penelitian adalah siswa kelas VII SMP Negeri 1 Pogalan Trenggalek yang dipilih berdasarkan kesalahan dalam tes diagnostik dan kemampuan komunikasi. Penelitian ini dilakukan dalam tiga tahap yaitu tahap studi pendahuluan, tahap perencanaan, dan tahap pelaksanaan tindakan (*scaffolding*). Data penelitian dikumpulkan melalui tes dan wawancara. Data penelitian ini adalah lembar hasil jawaban siswa, rekaman selama tes dan proses *scaffolding*, dan lembaran scaffolding. Aktivitas analisis data adalah (1) mengolah dan mempersiapkan data untuk dianalisis, (2) membaca keseluruhan data, (3) menganalisis lebih detail dengan meng-coding data, (4) menerapkan proses coding, (5) menunjukkan bagaimana deskripsi dan tema-tema ini akan disajikan kembali dalam laporan kualitatif serta (6) memaknai data. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesulitan yang dialami siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan yaitu (1) menentukan pola dan struktur untuk mendeteksi keteraturan, (2) merumuskan generalisasi dari dugaan tentang keteraturan yang diobservasi, (3) mengevaluasi dugaan, dan (4) membangun dan mengevaluasi argumen matematika. Berdasarkan hasil penelitian ditemukan bahwa pemberian *scaffolding* dapat mengatasi kesulitan penalaran matematis siswa.

*Kata Kunci* : *diagnosis; penalaran matematis; scaffolding*

### 1. PENDAHULUAN.

Pada dasarnya proses pembelajaran matematika berkaitan erat dengan pembentukan dan penggunaan kemampuan berpikir. Peserta didik akan mudah menerima atau mengolah informasi ilmu pengetahuan, apabila di dalam dirinya sudah ada skema berpikir, sehingga ketika mereka berhadapan dengan suatu masalah matematika, maka dengan mudah menempatkan, mengelola, menyusun serta menggunakan alur yang logis. Peretz (2006) dalam penelitiannya menyatakan bahwa yang dibutuhkan siswa pertama kali dalam proses penalaran yaitu merasa “butuh” untuk bernalar, untuk mengembangkan sikap penalarannya, atau kebiasaan berpikir. Walaupun guru mereka mengajarkan ketrampilan bernalar, “bagaimana” bernalar dengan algoritma atau seperti yang dikatakan Selden dan Selden (1995) sebagai ritual/rutin.

Pembelajaran yang efektif hendaknya tidak meminta siswa untuk menghafal, namun belajar memecahkan masalah, menyusun hipotesis, dan kemudian menguji kebenarannya. NCTM membagi standar proses pembelajaran matematika menjadi lima yaitu pemecahan masalah, penalaran dan bukti, komunikasi, koneksi, dan representasi. Penalaran matematis yang juga tertuang dalam Permendiknas No.22 tahun 2006 tentang standar isi, merupakan salah satu

dari kompetensi yang harus dimiliki oleh peserta didik. Materi matematika dan penalaran merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami serta dilatihkan melalui belajar materi matematika. Oleh karena itu kemampuan penalaran matematis sangat penting dan dibutuhkan dalam mempelajari matematika.

Penalaran induktif dalam matematika sering dijumpai pada berbagai materi, salah satunya adalah materi pola bilangan. Materi pola bilangan diberikan pada siswa a kelas VII semester ganjil dalam kurikulum 2013. Siswa dapat menggunakan penalaran induktif untuk mencari hubungan matematika melalui belajar pola (NCTM, 2000: 262). Berdasarkan pemaparan di atas dapat dikatakan bahwa belajar pola bilangan dapat melatih kemampuan penalaran matematis siswa. Melalui pola bilangan siswa akan belajar menemukan keterkaitan antar suku dalam suatu pola untuk menentukan rumus suku ke- $n$  dan kemudian menguji kebenarannya.

Dalam pembelajaran di sekolah, tentu terdapat sejumlah siswa yang berhasil dan kurang berhasil dalam proses pembelajaran. Salah satu faktor yang mempengaruhi rendahnya hasil belajar siswa antara lain siswa cenderung menghafal dan didril dalam proses pembelajaran, bukan mendapatkan proses pembelajaran yang berjalan secara bermakna. Dalam proses belajar mengajar, masih banyak pengajar matematika yang mengajarkan prosedur dengan tanpa menjelaskan mengapa prosedur tersebut digunakan (Subanji, 2007: 2). Hal ini mengakibatkan siswa bekerja secara prosedural tanpa memahami matematika secara penalaran. Hal ini menimbulkan anggapan siswa bahwa dalam menyelesaikan masalah, cukup memilih prosedur penyelesaian yang sesuai dengan masalah yang diberikan. Penekanan pembelajaran pada prosedur mengakibatkan penalaran siswa tidak berkembang secara optimal. Berdasarkan hasil observasi peneliti di SMP Negeri 1 Pogalan pada tanggal 30 Oktober 2014 didapatkan informasi bahwa siswa kelas VII masih mengalami kesulitan dalam materi pola bilangan. Hal ini didukung dari hasil wawancara peneliti dengan salah satu guru kelas VII SMP Negeri 1 Pogalan yang menyatakan bahwa rata-rata hasil belajar siswa pada materi pola bilangan khususnya di kelas VII-E adalah 71. Saat mengerjakan soal pola bilangan, baik dalam kuis maupun ulangan harian kebanyakan siswa mengalami kesalahan dalam menentukan pola atau suku ke- $n$  dalam suatu pola bilangan. Berdasarkan hasil uji pendahuluan yang dilakukan peneliti pada tanggal 26 November 2014 juga menunjukkan bahwa siswa masih mengalami kesalahan dalam mengerjakan soal yang berkaitan dengan pola bilangan. Kesulitan penalaran siswa lain dalam menyelesaikan masalah pola bilangan ditunjukkan dengan tidak adanya siswa yang mampu menuliskan rumus suku ke- $n$  untuk ketiga soal yang diberikan. Pada kenyataannya rumus suku ke- $n$  ini merupakan acuan utama untuk menentukan suku-suku lain. Salah satu indikator kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan siswa dalam menentukan generalisasi dari pola tersebut dan dapat menguji kebenarannya. Beberapa penelitian telah menunjukkan kesulitan siswa dalam penalaran matematis maupun melakukan generalisasi pola di semua tingkatan kelas (Chazan, 1993; Harel & Sowder, 1998; Healy & Hoyles, 2000; Hoyles &

Kuchemann , 2002; Bieda dkk , 2009; Lannin, 2005; Stacey, 1989; Sasman dkk, 1999 ).

Bagi seorang guru, sangatlah perlu untuk mengetahui kesulitan yang dialami oleh siswa dalam proses belajarnya. Kesulitan dapat dilihat dari kesalahan yang dilakukan dalam menyelesaikan masalah pada soal yang diberikan. Penelusuran terhadap kesalahan merupakan usaha yang harus dilakukan untuk meningkatkan prestasi belajar matematika peserta didik (Subanji, dkk. 1993). Permasalahan yang tidak segera diatasi akan berakibat pada kurangnya pemahaman siswa pada topik matematika selanjutnya yang lebih tinggi. Hal ini mengakibatkan terjadinya akumulasi ketidakmampuan siswa karena kompleksnya permasalahan dalam menguasai konsep matematika.

Penelitian tentang menganalisis kesulitan siswa telah dilakukan oleh beberapa peneliti (Gal, 2010; Duval, 2006; Barbosa, 2007; Mason, 2005; Irpan, 2009). Gal (2010) melakukan penelitian tentang menganalisis kesulitan geometri dengan perspektif persepsi visual. Duval (2006) melakukan penelitian tentang menganalisis kesulitan siswa dalam pemahaman matematika dengan menentukan fungsi kognitif yang mendasari keragaman proses matematika. Barbosa (2007) melakukan penelitian untuk menganalisis strategi dan kesulitan siswa kelas 6 dalam menggeneralisasi pola serta peran yang dimainkan oleh visualisasi di penalaran mereka. Mason (2005 ) mempromosikan penggunaan strategi ' Perhatikan Apa yang Anda Lakukan ' kepada peserta didik untuk menarik kasus lebih lanjut dari pola. Irpan (2009) melakukan penelitian tentang proses terjadinya kesalahan dalam penalaran proporsional berdasarkan kerangka kerja asimilasi dan akomodasi.

Berbagai macam pendekatan pembelajaran saat ini dikembangkan untuk meningkatkan dan memperbaiki kualitas pembelajaran di kelas, salah satu diantaranya adalah pendekatan konstruktivis. Pembelajaran dengan pendekatan konstruktivis akan sangat berkaitan erat dengan pembentukan dan penggunaan kemampuan berpikir. Berkaitan dengan siswa mengkonstruksi pengetahuan matematika, terdapat kesamaan pendapat antara Piaget dan Vygotsky yaitu bahwa perubahan struktur kognitif terjadi jika konsepsi baru masuk ke benak seseorang.

Struktur kognitif diistilahkan sebagai skema oleh Piaget. Penguasaan skema menunjukkan suatu perubahan di dalam perkembangan intelektual anak. Skema disebut sebagai konsep dalam diri manusia yang terjadi ketika manusia menggunakan panca inderanya. Gambaran ini akan semakin berkembang dan lengkap sesuai dengan tingkatan kedewasaan manusia. Seseorang akan senantiasa melakukan proses berpikir dalam menghadapi tantangan atau masalah dari lingkungan, lebih khusus lagi mengalami proses penalaran.

Seorang siswa akan mengalami konstruksi pengetahuan sesuai dengan masalah yang dihadapi dalam proses belajar. Ketika seseorang menghadapi masalah, maka akan terjadi proses adaptasi. Pada saat beradaptasi siswa akan mengalami dua proses kognitif yaitu asimilasi dan akomodasi. Asimilasi merupakan suatu proses memahami suatu objek atau kejadian baru dalam halnya dengan skema yang sudah ada (Slavin, 2006:32). Sedangkan akomodasi yaitu suatu proses modifikasi skema-skema yang sudah ada agar cocok dengan situasi baru (Slavin, 2006: 33).

Bagi Piaget adaptasi merupakan suatu kesetimbangan antara asimilasi dan akomodasi. Bila dalam proses asimilasi seseorang tidak dapat mengadakan adaptasi terhadap lingkungannya maka terjadilah ketidaksetimbangan (*disequilibrium*). Akibat ketidaksetimbangan itu maka tercapailah akomodasi dan struktur kognitif yang ada yang akan mengalami atau munculnya struktur baru. Pertumbuhan intelektual ini merupakan proses terus menerus tentang keadaan ketidaksetimbangan dan keadaan setimbang. Akan tetapi bila terjadi kesetimbangan, maka individu akan berada pada tingkat yang lebih tinggi daripada sebelumnya.

Tingkatan pengetahuan atau pengetahuan berjenjang yang diutarakan diatas oleh Vygotsky disebutnya sebagai *scaffolding*. Wood, dkk. (dalam Anghileri, 2006), *scaffolding* merupakan cara yang digunakan orang tua untuk memberikan dukungan/ bantuan yang disesuaikan dengan yang dipelajari anak yang pada akhirnya bantuan tersebut dikurangi/ dihilangkan pada saat anak sudah dapat berdiri/ belajar sendiri. Bantuan yang diberikan bisa berupa petunjuk, peringatan, dorongan, menguraikan masalah ke dalam bentuk lain yang memungkinkan siswa dapat mandiri.

Penelitian berkaitan dengan pemberian *scaffolding* dalam pembelajaran telah banyak dilakukan oleh peneliti (Peretz, 2006; Broza, 2010; Bikmaz dkk, 2010; Chang dkk, 2002; Collins dkk, 1989; Bean, 2002; Holton, 2006, Yaqin, 2011). Peretz (2006) melakukan penelitian tentang meningkatkan sikap penalaran dari perspektif guru matematika sekolah dasar dan pemberian *scaffolding*. Broza (2010) dalam penelitiannya menggunakan cerita kontekstual yang disajikan melalui klip video dan diikuti oleh sesi interaksi terpadu ( di mana guru *menscaffold* transformasi wacana matematika ) terbukti sebagai strategi yang berpotensi sukses dalam mempromosikan pemahaman siswa berkemampuan rendah untuk memahami matematika. Yaqin (2011) mengemukakan bahwa guru perlu untuk melakukan diagnosis terhadap kesulitan-kesulitan siswa dalam matematika umumnya dan dalam menyederhanakan pecahan aljabar khususnya. Berdasarkan uraian di atas guru dapat memberikan bantuan dengan menggunakan *scaffolding* secara individu agar efektif bagi siswa untuk mengatasi kesulitan dan meningkatkan kemampuannya.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan mendeskripsikan bentuk kesalahan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan serta bentuk *scaffolding* untuk mengatasi kesulitan penalaran matematis tersebut.

## 2. METODE PENELITIAN

Pendekatan penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif. Pemilihan pendekatan ini karena penelitian ini memenuhi ciri-ciri penelitian kualitatif yaitu: a) dilakukan dalam kondisi yang alamiah, langsung ke sumber data dan peneliti adalah instrumen kunci/ utama, b) penelitian kualitatif lebih bersifat deskriptif, data yang terkumpul berbentuk kata-kata atau gambar, sehingga tidak menekankan pada angka, c) penelitian kualitatif lebih menekankan pada proses daripada produk atau *outcome*, d) penelitian kualitatif melakukan analisis data secara induktif, e) penelitian kualitatif lebih menekankan makna (Sugiyono,

2008:13). Data yang diperoleh dalam penelitian ini adalah data verbal. Oleh karenanya, jenis penelitian ini termasuk penelitian kualitatif deskriptif.

Penelitian ini dilaksanakan di SMPN 1 Pogalan Kabupaten Trenggalek. Subjek penelitian adalah siswa kelas VII di sekolah tersebut, yaitu siswa yang sudah mempelajari konsep pola bilangan untuk tingkat SMP. Penentuan subjek penelitian ini juga mempertimbangkan kemungkinan kelancaran komunikasi siswa dalam mengemukakan gagasannya. Data observasi kelas yang menjadi fokus dalam penelitian ini yakni kelas VII-E karena siswa kelas tersebut sudah mendapatkan pokok bahasan pola bilangan dan masukan guru matematika kelas VII. Peneliti melakukan tes awal (tes diagnostik) yaitu berupa dua masalah pola bilangan. Dari hasil tes awal (diagnostik) tersebut peneliti menetapkan subjek penelitian yaitu siswa yang mengalami kesulitan penalaran.

Penelitian ini dilakukan dalam tiga tahap yaitu tahap studi pendahuluan, tahap perencanaan, dan tahap pelaksanaan tindakan (*scaffolding*). Tahap studi pendahuluan meliputi pelaksanaan wawancara dengan guru matematika mengenai pembelajaran, memberikan tes uji pendahuluan, dan menganalisis hasil uji pendahuluan. Pada tahap perencanaan dilakukan tes awal, mengoreksi dan menganalisis hasil tes awal, menentukan subjek penelitian, wawancara, serta menyusun rancangan tindakan. Selanjutnya, tahap pelaksanaan tindakan yaitu memberikan bantuan kepada siswa yang merupakan subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah tersebut.

Data yang akan dikumpulkan dalam penelitian ini, berupa kata-kata, kalimat dalam bentuk narasi yang mendeskripsikan tentang kesulitan penalaran siswa dalam belajar menyelesaikan masalah pola bilangan, serta upaya mengatasi kesulitan penalaran siswa dalam masalah pola bilangan dengan menggunakan *scaffolding*. Data yang didapatkan meliputi nilai ulangan harian materi pola bilangan, lembar hasil jawaban siswa pada tes awal (tes diagnostik) yang diberikan oleh peneliti, rekaman wawancara subjek penelitian setelah menyelesaikan lembar tugas sebelum pemberian *scaffolding*, lembar *scaffolding* yaitu lembaran yang berisi pedoman *scaffolding* yang dipakai oleh peneliti selama proses *scaffolding*, lembar hasil pekerjaan siswa setelah pemberian *scaffolding* serta rekaman wawancara subjek penelitian pada saat menyelesaikan lembar tugas dengan pemberian *scaffolding*.

Instrumen yang digunakan untuk memperoleh data dalam penelitian ini yaitu peneliti sebagai instrumen utama, instrumen lembar tugas, pedoman *scaffolding*, pedoman wawancara, serta alat perekam. Data penelitian dikumpulkan melalui tes dan wawancara. Menurut Cresswell (2014: 276) langkah-langkah analisis yang digunakan dalam pendekatan kualitatif adalah (1) Mengolah dan mempersiapkan data untuk dianalisis, (2) Membaca keseluruhan data, (3) Menganalisis lebih detail dengan meng – *coding* data, (4) Terapkan proses *coding*, (5) Tunjukkan bagaimana deskripsi dan tema-tema ini akan disajikan kembali dalam narasi/laporan kualitatif serta (6) Menginterpretasi atau memaknai data

### 3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini dilaksanakan dalam tiga tahap yaitu tahap studi pendahuluan, tahap perencanaan, dan tahap pelaksanaan tindakan (*scaffolding*).

#### **Tahap Studi Pendahuluan**

Pada tahap studi pendahuluan, hal-hal yang dilakukan peneliti yaitu (1) melaksanakan wawancara dengan guru matematika yang mengajar di kelas VII-E SMP Negeri 1 Pogalan mengenai kegiatan pembelajaran, serta mencari informasi mengenai hasil belajar matematika khususnya materi pola bilangan, (2) memberikan soal tes pendahuluan materi pola bilangan kepada siswa kelas VII-E guna mengetahui keterbatasan siswa dalam materi pola bilangan serta untuk memperkuat latar belakang penelitian, dan (3) menganalisis hasil uji pendahuluan.

#### **Tahap Perencanaan**

Pada tahap perencanaan, hal-hal yang dilakukan peneliti adalah (1) menyusun tes awal (tes diagnosis), (2) mengadakan tes awal, (3) mengoreksi dan menganalisis hasil tes awal, (4) menentukan subjek penelitian, (5) wawancara dengan subjek penelitian untuk mengetahui secara mendalam kesulitan siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan, dan (6) menyusun rancangan tindakan, yaitu upaya untuk membantu siswa yang mengalami kesulitan tersebut dengan *scaffolding* berdasarkan analisis kesulitan yang dialami siswa.

#### **Kesalahan Penalaran Siswa**

Berdasarkan hasil diagnosis hasil tes awal dan wawancara dengan subjek penelitian, kesalahan yang dialami siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan adalah sebagai berikut. Pertama, menentukan pola dan struktur untuk mendeteksi keteraturan dari suatu pola. Berdasarkan hasil wawancara dengan siswa, siswa tidak mampu mengetahui keteraturan dari setiap susunan bola. Dari keenam subjek yang diobservasi tidak ada satupun siswa yang mau menuliskan berapa suku pertama, kedua, dst. Seperti halnya penelitian yang dilakukan oleh Stacey (1989) dimana sejumlah besar subjek mengalami kesalahan dikarenakan menggunakan metode proporsi langsung dalam upaya menggeneralisasi. Pada soal pertama subjek 1 dan 3 sangat bingung dalam menentukan hubungan antar tiap suku. Mereka tidak mengetahui hubungan yang diperoleh dari mengamati suku pertama dan suku kedua, suku kedua dan suku ketiga, serta suku ketiga dan suku keempat. Bahkan mereka tidak mengetahui hubungan apa yang dimiliki pada pola tersebut. Menurut Bieda dkk (2014) hal awal yang dilibatkan dalam penalaran matematis yaitu kemampuan menentukan pola dan struktur untuk mendeteksi keteraturan. Orang-orang yang bernalar dan berpikir analitis cenderung untuk mencatat pola, struktur, atau keteraturan dalam kedua situasi dunia nyata dan objek simbolik; mereka bertanya apakah pola-pola yang disengaja atau jika mereka terjadi karena suatu alasan; dan mereka menduga dan membuktikan (NCTM, 2000: 56).

Kedua, merumuskan generalisasi dari dugaan tentang keteraturan yang diobservasi. Kesalahan ini ditunjukkan dengan beberapa siswa yang tidak mampu menuliskan suku kelima dari pola tersebut. Siswa tidak mampu melanjutkan mencari suku berikutnya. Dalam sesi wawancara dengan subjek penelitian, siswa juga tidak dapat mengungkapkan dengan jelas darimana mereka mendapatkan suku kelima tersebut. Mereka menjawab bahwa suku kelima didapatkan dengan

cara menebak. Hal ini padahal dapat dilakukan hanya dengan mengurut melalui suku keempat untuk mendapatkan suku kelima. Thompson (2012) dalam penelitiannya menyatakan bahwa ketika siswa mampu menggunakan keteraturan suatu pola untuk menentukan suku selanjutnya maka dia mampu memunculkan penalarannya. Berdasarkan NCTM (2000:262), penalaran matematis terjadi salah satunya ketika siswa mampu merumuskan dugaan tentang keteraturan yang diobservasi.

Ketiga, mengevaluasi dugaan. Hal ini ditunjukkan dari tidak adanya siswa yang mampu menentukan suku ke-10 dan suku ke-100. Ketika siswa mengutarakan dugaan generalisasi yang dia dapatkan, siswa tidak dapat membuktikan kembali apakah rumus generalisasi tersebut benar jika diterapkan kembali untuk menentukan suku pertama, kedua, ketiga, dan keempat. Säfström (2013) dalam penelitiannya terhadap anak-anak Swedia, menunjukkan bahwa anak-anak tersebut mampu membenarkan argumennya sendiri. Anak-anak ini menyediakan bukti (pembenaran) untuk dugaannya. Salah satu hal yang dapat dilakukan untuk membenarkan dugaannya yaitu dengan menerapkan dugaannya untuk menentukan suku-suku yang telah diketahui sebelumnya pada soal.

Keempat, membangun dan mengevaluasi argumen matematika. Dari keenam subjek yang terpilih, tidak ada satupun siswa yang mampu menuliskan suku ke- $n$ . Siswa kesulitan dalam memaknai sebarang bilangan  $n$  tersebut. Dalam sesi wawancara siswa mengungkapkan bahwa dia kesulitan dalam menuangkan dugaan yang dia dapatkan dalam bentuk kata-kata menuju suatu rumus generalisasi matematika. Dia kesulitan dalam meletakkan dimana bilangan  $n$  harus dituliskan ketika dia menuliskan suku ke- $n$ . Salah satu indikator penalaran matematis menurut NCTM adalah kemampuan membangun generalisasi matematika dari pola tersebut. Cuoco (1996) mendefinisikan penalaran matematis sebagai kegiatan yang melibatkan argumentasi matematika, sebuah proses yang melibatkan dan membenarkan klaim matematika.

### ***Scaffolding* untuk mengatasi Kesulitan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan**

*Scaffolding* yang diberikan dalam penelitian ini adalah *scaffolding* yang dikemukakan Anghileri (2006) pada komponen *explaining*, *reviewing*, *restricting*, dan *developing conceptual thinking*. Jenis *scaffolding*nya adalah *verbal scaffolding*, Echevaria (2004). *Scaffolding* yang diberikan seminimal mungkin. Jika pada pertanyaan / arahan pertama siswa sudah dapat menyelesaikan masalahnya, maka *scaffolding* dihentikan.

Pertama, *scaffolding* yang sesuai untuk kesulitan menentukan pola dan struktur untuk mendeteksi keteraturan adalah meminta siswa untuk mengidentifikasi banyaknya bola pada susunan pertama (suku pertama), banyaknya bola pada susunan kedua (suku kedua), banyaknya bola pada susunan ketiga (suku ketiga), dan banyaknya bola pada susunan keempat (suku keempat). Pemberian *scaffolding* mengacu pada level 2 *scaffolding* Anghilery komponen *explaining*. Selain itu siswa diminta untuk menjelaskan pola susunan/ bentuk dari setiap pola. Selanjutnya mengarahkan siswa untuk melihat dan memahami hubungan setiap susunan dalam pola tersebut. Susunan pertama dicari

hubungannya dengan susunan bola kedua, susunan bola kedua hubungannya dengan susunan bola ketiga, susunan bola ketiga hubungannya dengan susunan bola keempat. Kemudian siswa diberikan pertanyaan mengenai kesamaan hubungan apa yang mereka dapatkan dari investigasi tersebut.

Kedua, *scaffolding* yang sesuai untuk kesulitan merumuskan generalisasi dari dugaan tentang keteraturan yang diobservasi yaitu dengan mengarahkan siswa untuk menentukan suku kelima berdasarkan keteraturan yang mereka dapatkan dari menginvestigasi hubungan antar suku. Siswa diarahkan untuk menjelaskan secara verbal bagaimana mereka memperoleh suku kelima dengan menggunakan suku keempat. Pemberian *scaffolding* mengacu pada level 3 *scaffolding* Anghileri komponen *developing conceptual thinking*.

Ketiga, *scaffolding* yang sesuai untuk kesulitan mengevaluasi dugaan yaitu mengarahkan siswa untuk menggunakan generalisasi lisan yang mereka dapatkan tadi untuk menentukan suku ke-10 dan ke-100. Selanjutnya siswa diarahkan untuk menerapkan generalisasi lisan tersebut untuk menentukan banyaknya bola pada susunan pertama, kedua, ketiga, dan keempat.

Keempat, *scaffolding* yang sesuai untuk kesulitan membangun dan mengevaluasi argumen matematika adalah mengarahkan siswa untuk menuangkan generalisasi lisan yang mereka dapatkan sebelumnya ke dalam bentuk generalisasi matematika. Selain itu menjelaskan apa yang dimaksud dengan suatu bilangan  $n$  dimana  $n$  adalah bilangan bulat positif. Pertama siswa diminta menuliskan untuk suku ke-100, selanjutnya siswa diarahkan untuk mengganti bilangan 100 dengan suatu bilangan  $n$ , dimana bilangan itu adalah sebarang bilangan bulat positif. Pemberian *scaffolding* mengacu pada level 2 dan 3 *scaffolding* Anghileri komponen *explaining, reviewing, developing* dan *conceptual thinking*.

#### 4. SIMPULAN

Bentuk kesalahan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan yaitu (1) menentukan pola dan struktur untuk mendeteksi keteraturan. *Scaffolding* yang sesuai adalah meminta siswa menuliskan banyaknya bola pada susunan pertama, kedua, ketiga dan keempat. Selanjutnya siswa diminta untuk mencari hubungan antara banyaknya bola pada susunan pertama dan kedua, hubungan antara banyaknya bola pada susunan kedua dan ketiga, serta hubungan antara banyaknya bola pada susunan ketiga dan keempat, (2) merumuskan generalisasi dari dugaan tentang keteraturan yang diobservasi. *Scaffolding* yang sesuai adalah meminta siswa untuk mencari banyaknya bola pada susunan kelima dengan melakukan keteraturan pada susunan-susunan sebelumnya. Selanjutnya siswa diminta untuk mengungkapkan secara lisan generalisasi yang mereka dapatkan untuk mendapatkan suku selanjutnya tersebut, (3) mengevaluasi dugaan. *Scaffolding* yang sesuai adalah meminta siswa untuk menggunakan generalisasi lisan yang mereka dapatkan sebelumnya untuk menentukan kembali suku pertama, kedua, ketiga, dan keempat, (4) membangun dan mengevaluasi argumen matematika. *Scaffolding* yang sesuai adalah mengarahkan siswa untuk menuliskan untuk suku ke-100 selanjutnya siswa diarahkan untuk mengganti bilangan 100 tersebut dengan suatu bilangan  $n$ , dimana bilangan itu adalah sebarang bilangan bulat positif.

## 5. DAFTAR PUSTAKA

- Anghileri, J. 2006. Scaffolding Practices that Enhance Mathematics Learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 9: 33-52.
- Barbosa, A. Palhares, P. & Vale, I. 2007. Patterns and Generalization: The Influence of Visual Strategies. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 2007*: 844-851.
- Bieda, K. N., Drwencke, J., & Picard, A. 2014. Reasoning and Proving Opportunities in Elementary Mathematics Textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64: 71–80.
- Broza, O & Ben, Y. 2010. The Effect of Using a Video Clip Presenting a Contextual Story on Low-Achieving Students' Mathematical Discourse. *Educational Studies in Mathematics*.
- Chazan, D. 1993. High School Students' Justification for the Irviews of Empirical Evidence and Mathematical Proof. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4): 359– 387.
- Cresswell, J.W. 2014. *Research Design: Pendekatan Kuantitatif dan Mixed*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Cuoco, A., Goldenberg, E.P., & Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4): 375–402.
- Echevarria, Vogt. Dan Short. 2004. *Scaffolding Techniques in CBI Classroom* (Online), ([http://www.carla.umn.edu/cobalt/modules/strategies/scaffolding\\_techniques.pdf](http://www.carla.umn.edu/cobalt/modules/strategies/scaffolding_techniques.pdf)), diakses 1 Desember 2014.
- Healy, L., & Hoyles, C. 2000. A study of Proof Conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31: 396–428.
- Hoyles, C., & Kuchemann, D. 2002. Students' Understanding of Logical Implication. *Educational Studies in Mathematics*, 51: 93–223.
- Irpan, Samsul. 2009. *Proses Terjadinya Kesalahan dalam Penalaran Proporsional Berdasarkan Kerangka Kerja Asimilasi dan Akomodasi*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: Universitas Negeri Malang.
- NCTM. 2000. *Principle and Standards for School Mathematics*. USA.
- Peretz, D. 2006. Enhancing Reasoning Attitudes of Prospective Elementary School Mathematics Teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* (2006) 9:381–40.
- Sasman, M., Olivier, A., Linchevski, L. 1999. Factors influencing Students' Generalization Thinking Processes. In O. Zaslavski (Ed.). *Proceedings of the 23th International Conference for Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 4, pp.161-168). Haifa, Israel.
- Selden, J. & Selden, A. 1995. Unpacking the Logic of Mathematical Statements. *Educational Studies in Mathematics*, 29(2), 123–151.
- Slavin, R. E. 2006. *Educational Psychology: Theory and Practice*. Boston: Pearson Education, Inc.
- Stacey, K. 1989. Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. *Educational Studies in Mathematics* 20(2), pp. 147-164.

- Subanji., dkk. 1993. *Identifikasi Jenis- Jenis Kesalaham Menyelesaikan Soal- Soal Matematika yang Dilakukan Peserta Didik Kelas II Program Al SMA Negeri Kota Madya Malang Tahun Ajaran 1992/ 1993*. Laporan Hasil Penelitian tidak diterbitkan. Malang: Puslit IKIP Malang.
- Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R & D*. Bandung: Alfabeta.
- Säfström, A.I. 2013. *Exercising Mathematical Competence. Practising Representation Theory and Representing Mathematical Practice*. PhD thesis. Göteborgs Universitet. Göteborg.
- Thompson, D.R., Senk, S.L., & Johnson, G.J. (2012). Opportunities to Learn Reasoning and Proof in High School Mathematics Textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), 253–295
- Yaqin, M.H.A. 2011. *Diagnosis Kesulitan Siswa dalam Menhyederhanakan Pecahan Aljabar dan Upaya Mengatasinya dengan Menggunakan Scaffolding*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPs UM.