

## ESTIMASI *SMALL AREA* BERDASARKAN MODEL PADA RATA-RATA PENGELUARAN PERKAPITA RUMAH TANGGA DI KABUPATEN KEBUMEN

A. Nina Rosana Chytrasari<sup>1)</sup>, Sri Haryatmi<sup>2)</sup>, Danardono<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup>Mahasiswa Jur. Matematika FMIPA UGM (UPS Tegal),

<sup>2)</sup>Jur. Matematika FMIPA UGM,

<sup>3)</sup>Jur. Matematika FMIPA UGM

[angela.nina.r@ugm.ac.id](mailto:angela.nina.r@ugm.ac.id), [S\\_kartiko@yahoo.com](mailto:S_kartiko@yahoo.com), [danardono@ugm.ac.id](mailto:danardono@ugm.ac.id)

### Abstrak

Survei sampel telah digunakan secara luas untuk memperoleh estimasi bagi parameter populasi maupun subpopulasi (*domain*). Dalam survei, *domain* disebut "*small area*" apabila ukuran sampel pada area tersebut tidak cukup besar untuk menghasilkan estimasi langsung dengan ketelitian yang memadai. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi rata-rata pengeluaran perkapita perbulan rumah tangga di setiap kecamatan di wilayah Kabupaten Kebumen tahun 2014 dengan menggunakan estimasi *small area* pada tingkat unit berdasarkan model. Pengeluaran perkapita rumah tangga dalam penelitian ini dikaitkan dengan jumlah anggota rumah tangga dalam model regresi eror bersarang. Metode EBLUP diterapkan pada model tersebut dengan komponen variansi diestimasi menggunakan metode REML. Hasil estimasi EBLUP yang diperoleh menunjukkan eror baku yang relatif kecil serta cenderung stabil bahkan pada kecamatan dengan proporsi banyaknya sampel terhadap populasi paling kecil. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi ide pengembangan metode estimasi bagi pemerintah terutama untuk mengatasi keterbatasan anggaran survei yang ada.

**Kata kunci:** estimasi *small area*, EBLUP; model regresi eror bersarang

### 1. PENDAHULUAN

Data survei sampel secara luas digunakan untuk memperoleh estimasi bagi kuantitas populasi keseluruhan maupun bagi subpopulasi (*domain*). Kebutuhan akan estimasi ini berkembang tidak hanya untuk wilayah *domain* yang besar namun juga untuk *domain-domain* yang lebih kecil. *Domain* dalam hal ini dapat berupa wilayah geografis, kelompok-kelompok sosio-demografi atau subpopulasi lainnya. Kebutuhan estimasi yang reliabel pada *domain-domain* yang kecil menjadi penting terutama apabila digunakan untuk menentukan kebijakan tertentu.

Demikian halnya bagi Pemerintah Kabupaten Kebumen, dalam mengevaluasi kegiatan pembangunan memerlukan informasi data terkait dengan kondisi masyarakatnya, dan salah satu aspek yang menjadi perhatian adalah pertumbuhan ekonomi. Dalam buku Studi Ketimpangan Distribusi Pendapatan Kabupaten Kebumen Tahun (2014) disebutkan bahwa angka pertumbuhan ekonomi harus diimbangi dengan ketimpangan pendapatan yang semakin kecil serta distribusi pendapatan yang semakin merata, baik antar golongan pendapatan maupun antar wilayah. Pendapatan masyarakat

biasanya dihitung menggunakan variabel pengeluaran yang meliputi pengeluaran untuk makanan maupun non makanan. Hal ini dikarenakan sulitnya mendapatkan data survei pendapatan masyarakat yang valid serta adanya asumsi umum bahwa pendapatan yang tinggi akan diikuti oleh pengeluaran yang tinggi pula serta.

Penghitungan distribusi pendapatan menurut Kabupaten sudah banyak dilakukan dalam Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS). Namun, penghitungan distribusi pendapatan sampai tingkat kecamatan baru dilakukan sebanyak lima kali yakni pada tahun 2003, 2006, 2008, 2013, dan 2014 oleh Pemerintah Kabupaten Kebumen bekerjasama dengan Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Kebumen. Hal ini dikarenakan terbatasnya anggaran yang ada untuk membiayai kegiatan survei untuk menghasilkan estimasi sampai tingkat kecamatan.

Kebutuhan akan tersedianya estimasi bagi domain kecil dapat dilakukan dengan penggunaan desain sampel standar untuk analisa survei. Estimasi yang diperoleh merupakan estimasi langsung karena hanya menggunakan data observasi dari domain yang diamati. Analisis survei sampel didesain untuk menghasilkan ukuran sampel domain yang memenuhi kebutuhan ketepatan estimasi bagi domain tersebut. Ukuran sampel domain akan bertambah seiring dengan bertambahnya ukuran domain dalam populasi. Namun, dalam kenyataan, hal ini tidak selalu terpenuhi. Pertambahan ukuran sampel pada semua domain yang diperlukan dapat berakibat pada peningkatan pendanaan, tenaga atau waktu yang mungkin tidak dapat dipenuhi, khususnya apabila estimasi dibutuhkan untuk area-area geografis yang banyak. Hal ini dapat menjadi kendala diperolehnya sampel domain yang cukup untuk menghasilkan estimasi langsung dengan ketepatan yang memadai. Domain populasi dimana sampel domain tidak cukup besar untuk menghasilkan estimasi langsung dengan ketelitian yang memadai oleh Rao (2013) dinamakan sebagai *small area*.

Alternatif lain untuk menghasilkan estimasi bagi *small area* adalah dengan menggunakan estimasi tidak langsung. Estimasi tidak langsung menggunakan model statistik sebagai dasar estimasi. Model ini menjadi penghubung area melalui penggunaan informasi tambahan yang terkait dengan variabel observasi, seperti hasil penghitungan sensus atau catatan administratif. Salah satu tipe model yang digunakan dalam estimasi *small area* adalah model tingkat unit. Model tingkat unit menghubungkan nilai-nilai unit variabel yang diamati dengan nilai unit variabel kovariat terkait. Bentuk model tingkat unit yang dasar adalah model regresi eror bersarang yang diperkenalkan oleh Battese, dkk (1988: 28-36).

Penelitian ini bertujuan mengestimasi rata-rata pengeluaran perkapita rumah tangga setiap kecamatan di wilayah Kabupaten Kebumen Tahun 2014 menggunakan estimasi *small area* berdasarkan model. Dalam penelitian ini, pengeluaran perkapita rumah tangga perbulan dikaitkan dengan jumlah anggota keluarga dalam model regresi eror bersarang dan metode EBLUP digunakan untuk memperoleh estimasi yang takbias, linier, dan terbaik bagi kuantitas yang diamati. Hasil estimasi ini diharapkan dapat menjadi pertimbangan alternatif metode estimasi bagi pemerintah Kabupaten Kebumen dan BPS terkait kendala anggaran pendanaan yang ada.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif, dimana populasi penelitian meliputi seluruh rumah tangga di wilayah Kabupaten Kebumen yang tersebar dalam area

kecamatan. Data yang digunakan merupakan data sekunder yang meliputi: data pengeluaran rumah tangga perbulan untuk konsumsi (makanan dan non-makanan) dan jumlah anggota rumah tangga di Kabupaten Kebumen hasil survei BPS Kabupaten Kebumen tahun 2014.

**Model regresi eror bersarang**

Model regresi eror bersarang dinyatakan dengan

$$y_{ij} = x_{ij}^t \beta + v_i + e_{ij} \tag{1}$$

dimana  $y_{ij}$  menyatakan respon observasi pengeluaran perkapita perbulan rumah tangga  $j$  dalam area (kecamatan)  $i$ , dengan  $i = 1, \dots, 26$  dan  $j = 1, \dots, n_i$ ;  $n_i$  menyatakan banyaknya anggota sampel rumah tangga dalam area  $i$ ;  $x_{ij}$  kovariat yang menyatakan jumlah anggota keluarga rumah tangga  $j$  dalam kecamatan  $i$ ;  $\beta$  adalah koefisien regresi yang tidak diketahui;  $v_i$  efek random area  $i$ ; dan  $e_{ij}$  eror random unit. Respon unit  $y_{ij}$  diasumsikan mempunyai relasi dengan nilai  $x_{ij}$  melalui model di atas;  $v_i$  dan  $e_{ij}$  saling independen dan  $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$  dan  $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$ . Dalam penelitian ini, observasi diboboti dengan bobot invers peluang untuk mengkoreksi peluang sampling yang tidak sama dan untuk mengefektifkan model dalam menghasilkan estimasi.

**Metode EBLUP pada model tingkat unit**

Rao (2003) menyatakan prediktor takbias linier terbaik (BLUP) meminimalkan eror kuadrat rata-rata (MSE) diantara kelas estimator tak bias linier. Pada penelitian ini, komponen varian dan kovarian efek random diestimasi menggunakan metode *restricted maximum likelihood estimation* (REML). Menggunakan nilai estimasi variansi random efek pada estimator  $\beta$ , diperoleh estimasi bagi BLUP (EBLUP).

Dipandang model (1), dalam bentuk matrik dapat ditulis sebagai  $\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_i \beta + \mathbf{v}_i \mathbf{1}_{n_i} + \mathbf{e}_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Akan diestimasi  $\mu_i = \bar{X}_i' \beta + v_i$  yang meminimalkan MSE  $E(\hat{\mu}) = E(\hat{\mu} - \mu)^2$ . Merujuk pada Breidenbach dan Astrup (2012), EBLUP bagi rata-rata pengeluaran perkapita rumah tangga di kecamatan- $i$  dapat dihitung dengan

$$\bar{Y}_{E,i} = \bar{\mathbf{X}}_i' \hat{\beta} + \hat{\gamma}_i \left( \frac{1}{n_i} \sum_j \varepsilon_{ij} \right)$$

dengan  $\hat{\gamma}_i = \hat{\sigma}_v^2 / (\hat{\sigma}_v^2 + \hat{\sigma}_e^2 / n_i)$ ;  $\hat{\beta} = \left( \sum_i \mathbf{X}_i' \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{X}_i \right)^{-1} \left( \sum_i \mathbf{X}_i' \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{y}_i \right)$ , dimana

$$\mathbf{X}_i' \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{X}_i = \hat{\sigma}_e^{-2} \left( \sum_j a_{ij} \mathbf{x}_{ij} \mathbf{x}_{ij}' - \gamma_i a_i \bar{\mathbf{x}}_{ia} \bar{\mathbf{x}}_{ia}' \right);$$

$$\mathbf{X}_i' \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{y}_i = \hat{\sigma}_e^{-2} \left( \sum_j a_{ij} \mathbf{x}_{ij} y_{ij} - \gamma_i a_i \bar{\mathbf{x}}_{ia} \bar{y}_{ia} \right).$$

MSE bagi  $\hat{\mu}_i$  diestimasi dengan  $mse(\hat{\mu}_i) = g_{1i} + g_{2i} + 2g_{3i}$ , dimana

$$g_{1i} = \hat{\gamma}_i(\hat{\sigma}_e^2 / a_i); g_{2i} = (\bar{\mathbf{X}}_i - \hat{\gamma}_i \bar{\mathbf{X}}_i)' (\mathbf{X}_i' \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{X}_i)^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_i - \hat{\gamma}_i \bar{\mathbf{X}}_i);$$

$$g_{3i} = n_i^{-1} (\hat{\sigma}_v^2 + \hat{\sigma}_v^2 / n_i)^{-3} C_{31}; \text{ dan } C_{31} = \hat{\sigma}_v^2 \bar{V}_{vv} + \hat{\sigma}_\varepsilon^4 \bar{V}_{\varepsilon\varepsilon} + 2\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \hat{\sigma}_v^2 \bar{V}_{\varepsilon v}$$

Error baku kemudian dihitung dari akar MSE. Perhitungan estimasi EBLUP dilakukan menggunakan bantuan program R .

**3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

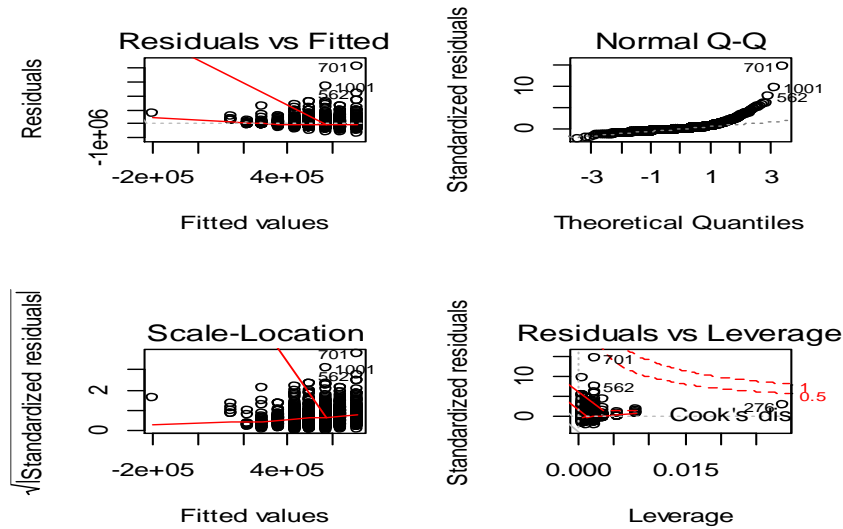
Deskripsi populasi dan sampel yang digunakan dalam penelitian ini tersaji pada tabel 1 berikut.

Tabel 1. Banyaknya desa dan rumah tangga pada populasi dan sampel per kecamatan

Kecamatan	Populasi		Sampel		Kecamatan	Populasi		Sampel	
	Desa	Ruta	Des a	Rut a		Des a	Ruta	Des a	Rut a
Ayah	18	15440	8	80	Poncowarno	11	4057	5	50
Buayan	20	14524	8	90	Kebumen	29	31251	8	90
Puring	23	14605	7	80	Pejagoan	13	12357	7	80
Petanahan	21	15028	6	80	Sruweng	21	14133	6	60
Klirong	24	14809	9	90	Adimulyo	23	10043	7	70
Buluspesantren	21	14152	8	80	Kuwarasan	22	12181	6	60
Ambal	32	14802	8	81	Rowokele	11	11572	5	70
Mirit	22	11928	6	70	Sempor	16	15421	8	80
Bonorowo	11	5339	4	36	Gombong	14	12939	8	69
Prembun	13	7419	5	50	Karanganyar	11	9499	5	49
Padureso	9	3829	3	30	Karanggayam	19	12704	6	69
Kutowinangun	19	11402	7	68	Sadang	7	4910	5	50
Alian	16	14031	6	60	Karangsambung	14	10197	6	60

Sumber: Data BPS Kabupaten Kebumen Tahun 2014

Sampel yang diambil pada setiap kecamatan terlihat sangat kecil dengan rasio banyaknya sampel domain terhadap domain populasi terletak pada interval dari 0.00288 sampai 0.0123. Kondisi data variabel observasi dapat dijelaskan melalui grafik 2 berikut.



Grafik 2. Plot diagnostik untuk regresi rata-rata pengeluaran terhadap jumlah anggota rumah tangga

Hasil uji model linier tanpa efek random domain menunjukkan sekitar 11.8% data pengeluaran perkapita rumah tangga dapat dihitung dengan perbedaan jumlah anggota rumah tangga. Hasil uji anova model dengan efek random dan model tanda efek random menunjukkan nilai AIC model dengan efek random lebih kecil (48862.00) dibandingkan nilai AIC model tanpa efek random (48923.08). Kedua hasil ini menunjukkan efek random sebaiknya disertakan dalam model.

Model campuran linier dengan REML memberikan hasil sebagai berikut:

Linear mixed-effects model fit by REML

Data: sample.data

AIC BIC logLik

48744.99 48766.86 -24368.5

Random effects:

Formula: ~1 | domain.ID

(Intercept) Residual

StdDev: 75841.02 18940.06

Formula: ~bobot.ruta

Fixed effects: pengeluaran.perkapita ~ jml.art

Value Std.Error DF t-value p-value

(Intercept) 759110.5 21587.989 1725 35.16356 0

jml.art -68325.6 4063.648 1725 -16.81386 0  
 Correlation:  
 (Intr)  
 jml.art -0.664

Dari hasil di atas dapat dideskripsikan bahwa terdapat hubungan signifikan antara jumlah anggota rumah tangga dengan pengeluaran perkapita rumah tangga dengan koefisien korelasi sebesar -0.644. Dalam model, suku intersep nampak lebih dominan daripada slope.

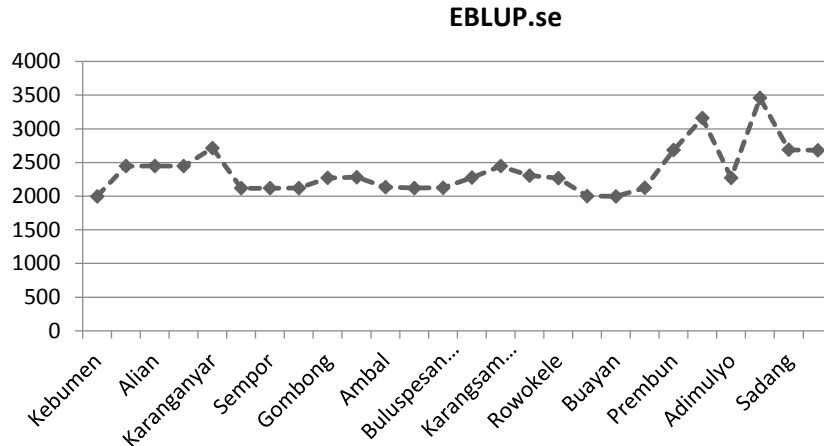
Menggunakan model di atas, metode EBLUP memberi estimasi rata-rata pengeluaran rumah tangga perkapita perbulan setiap kecamatan dengan eror baku terentang pada interval (1996.088, 3456.836) dengan range 1460.748. Estimasi paling baik diberikan untuk Kecamatan Kebumen. Hasil estimasi dengan metode EBLUP selengkapnya disajikan pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil estimasi dan eror baku EBLUP

Kecamatan	EBLUP	EBLUP.se	Kecamatan	EBLUP	EBLUP.se
Ayah	530435	2116.884	Poncowarno	511411.5	2680.812
Buayan	473285.8	1997.535	Kebumen	588020.4	1996.088
Puring	448698.3	2120.66	Pejagoan	508222.7	2122.709
Petanahan	607373.2	2120.25	Sruweng	486162.1	2446.183
Klirong	481087.7	2001.007	Adimulyo	575143.2	2273.12
Buluspesantren	527597	2125.245	Kuwarasan	442435.4	2446.219
Ambal	525711.2	2133.421	Rowokele	385492.5	2266.352
Mirit	402710.5	2274.048	Sempor	553096.2	2118.066
Bonorowo	579090.7	3157.237	Gombang	585464.6	2269.495
Prebun	548835.4	2683.114	Karanganyar	456894.1	2714.26
Padureso	395193	3456.836	Karanggayam	414576.7	2282.008
Kutowinangun	471618.9	2306.567	Sadang	385170.1	2688.59
Alian	410134.5	2448.369	Karangsambung	542124.4	2445.192

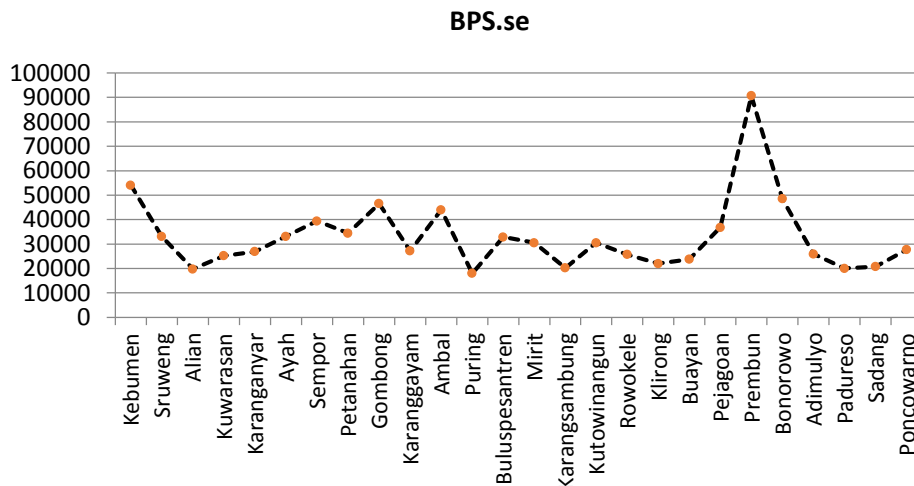
Metode EBLUP dalam kasus ini memberi presisi yang baik bahkan untuk kecamatan dengan proporsi sampel terhadap populasi paling kecil (0.00288 dengan eror baku 1996.088), seperti terlihat pada grafik eror baku menurut urutan kecamatan dengan proporsi banyaknya sampel terhadap populasi paling kecil. (Gambar1). Dari grafik tersebut terlihat pula perubahan nilai eror baku yang relatif tidak ekstrim. Adanya outlier merupakan kenyataan dalam survei dan EBLUP cenderung tidak *robust terhadap* adanya outlier. Hal ini ini dikarenakan EBLUP tergantung pada variansi efek random. Dalam penelitian ini, pengaruh adanya outlier pada estimasi dikurangi dengan pemberian bobot. Mempertimbangkan kondisi ini, penggunaan metode yang lebih *robust terhadap* outlier

untuk estimasi *small area*, seperti REBLUP dapat menjadi alternatif pengembangan selanjutnya.



**Gambar 1. Grafik nilai error baku EBLUP per kecamatan**

Estimasi rata-rata pengeluaran perkapita rumah tangga per kecamatan tahun 2014 yang dihasilkan oleh BPS Kabupaten Kebumen dapat dilihat pada *Studi Ketimpangan Distribusi Pendapatan Kabupaten Kebumen Tahun* (2014). Grafik nilai error baku estimasi tersebut disajikan dalam gambar 2 berikut.



**Gambar 2. Grafik nilai error baku estimasi BPS**

Error baku estimasi yang dihasilkan BPS terletak pada interval (17976.98, 90660) dengan range 72683.78. Interval ini lebih tinggi dengan range lebih besar dibandingkan estimasi yang dihasilkan dengan metode EBLUP. Kecenderungan perubahan error baku estimasi ini terhadap proporsi sampel dan populasi juga lebih tinggi.

#### 4. SIMPULAN

Penggunaan metode estimasi yang berdasarkan desain pada data survei kompleks dapat membawa pada hasil estimasi yang buruk manakala ukuran sampel tidak cukup besar. Pada situasi seperti ini, penggunaan metode yang sepenuhnya berdasarkan model dapat menjadi alternative metode untuk estimasi. Estimasi *small area* dengan metode EBLUP yang diterapkan pada model regresi eror bersarang untuk mengestimasi rata-rata pengeluaran perkapita rumah tangga di domain kecamatan di Kabupaten Kebumen tahun 2014 dalam penelitian ini memberikan eror baku yang relatif kecil. Kondisi ini relatif stabil bahkan untuk sampel paling kecil. Namun, beberapa pengembangan masih perlu dilakukan dalam penelitian ini. Diantaranya adalah dengan menambahkan variabel kovariat baru pada model sehingga dapat meningkatkan efektifitas model, serta penggunaan metode REBLUP untuk mendapatkan estimasi yang lebih *robust* terhadap outlier.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- Badan Perencanaan Pembangunan Kabupaten Kebumen, (2014), *Studi Ketimpangan Distribusi Pendapatan Kabupaten Kebumen Tahun 2014*.
- Battese, G. E., Harter, R. M., dan Fuller, W. A., (1988), An Error Component Model for Prediction of Country Crop Areas Using Survei and Satellite Data, *Journal of the American Statistical Association*, **83**: 28-36.
- Breidenbach, J. and Rasmus (2012). Small area Estimation of Forest Attributes in the Norwegian National Forest Inventory. *European Journal of Forest Research*, **131**, 1255-1267.
- Rao, J. N. K., (2003), *Small Area Estimation*. New Jersey: Wiley.