

## SKEMA SISWA SD UNTUK MENJUMLAHKAN BILANGAN PECAHAN DENGAN MENGGUNAKAN GAMBAR

Sardulo Gembong

Universitas PGRI Madiun  
gembongretno2@gmail.com

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendiskripsikan skema siswa SD dalam menjumlahkan bilangan pecahan dengan cara menggunakan gambar. Subyek penelitian dipilih pada siswa kelas SD V sebanyak 1 siswa dengan kriteria kemampuan matematika tinggi. Prosedur pengumpulan data dilakukan melalui wawancara dengan instrumen pendukung tes kemampuan matematika dan tes masalah penjumlahan pecahan. Triangulasi data dilakukan dengan memberikan tes masalah penjumlahan sebanyak dua kali secara paralel. Metode analisis data dilakukan secara kualitatif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa skema subyek masih belum lengkap, subyek dapat mensketsa gambar penjumlahan pecahan dengan benar, tetapi subyek tidak mengkaitkan sketsa gambar yang dibuatnya dengan masalah penjumlahan pecahan yang dijumlahkannya.

**Kata Kunci:** skema; pecahan; sketsa penjumlahan pecahan

### 1. PENDAHULUAN

Pada umumnya operasi pada bilangan pecahan bagi siswa sekolah dasar merupakan hal yang dipandang sulit, kecuali bagi siswa yang berkemampuan baik. Hasil observasi dilapangan yang dilakukan di SD Negeri Genengan, Kecamatan Kawedanan, Magetan pada tanggal 31 Agustus 2017 ditemukan kesalahan siswa menjumlahkan pecahan sebagai berikut. Ditemukan jumlah dari  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$ . Entah apa yang dipikirkan anak. Mungkin siswa menganggap

bahwa  $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  sehingga  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$ . Selain hal tersebut, ditemukan pula kesulitan dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi bilangan pecahan. Misalnya, ketika siswa diberikan masalah berikut ini. Umur Tono satu seperenam tahun lebih tua dari umur Tini sedangkan jumlah umur Tono dan Tini adalah sepuluh tahun. Berapa umur Tono dan umur Tini? ternyata siswa mengalami kesulitan untuk menyelesaikannya. Kesulitan lainnya yang ditemukan yaitu ketika siswa menyelesaikan penjumlahan pecahan dengan menggunakan gambar. Beberapa penyebab kesulitan siswa dalam memecahkan masalah pecahan adalah sebagai berikut.

1. Pecahan mencakup konstruk yang sangat banyak. Setidaknya ada empat konstruk yang saling terkait, yaitu bagian dari keseluruhan, rasio, hasil bagi dan ukuran (Kong et al, 2009). Selain itu, pecahan jarang digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan tidak mudah dibandingkan dengan bilangan asli, pecahan relatif rumit untuk dibandingkan, tidak mudah menempatkan urutan pecahan pada garis bilangan, terdapat banyak aturan dalam aritmetika pecahan yang lebih sulit daripada bilangan asli (Hongyu, 2008)
2. Guru menyajikan pecahan secara abstrak (Lukhele et al, 1999). Guru tidak mengakrabkan siswa dengan lingkungan yang dihadapinya yang terkait dengan pecahan (Lukhele et al, 1999). Pecahan terlebih dahulu

diperkenalkan oleh guru hanya sebagai bagian dari gambar geometri (Chick & Vincent, 2005). Guru cenderung memperkenalkan algoritma untuk operasi-operasi pada pecahan sebelum siswa memahami konsep (Lukhele et al, 1999). Guru terburu-buru untuk sampai pada simbolisasi dan operasi tanpa mengembangkan landasan konsep yang kuat tentang bilangan (Reys, 1992). Formulasi dan penggunaan aturan-aturan komputasi sangat diperhatikan oleh guru, padahal konsep fundamental pecahan belum dikembangkan (Lukhele et al, 1999).

3. Temuan penelitian yang dilakukan Hongyu (2008) menunjukkan bahwa siswa yang pandai dapat melakukan perhitungan pecahan dengan baik, tetapi pemahaman siswa terhadap pecahan memiliki beberapa kekurangan, siswa terbiasa dengan pemecahan masalah rutin, namun siswa bingung dengan masalah non rutin yang kompleks.

Hasil penelitian di atas dapat menjadi dasar pemikiran yang sangat berharga bagi peneliti untuk melakukan investigasi lebih mendalam terhadap masalah-masalah yang terkait dengan pecahan. Penelitian ini merupakan salah satu wujud dari upaya menindaklanjuti hasil penelitian di atas. Terdapat kesamaan maupun perbedaan fokus pada penelitian ini dan penelitian-penelitian di atas. Salah satu kesamaannya terletak pada jenjang pendidikan yang diteliti, yaitu sekolah dasar. Pada penelitian ini, peneliti memilih memfokuskan pada sekolah dasar, karena sekolah dasar merupakan fondasi bagi jenjang pendidikan selanjutnya. Sedangkan, perbedaannya terletak pada fokus masalah yang diteliti. Dalam penelitian ini, peneliti memfokuskan pada aspek skema siswa yang terdiri atas tindakan, proses, objek, dan skema lain yang dilakukan siswa dalam memecahkan masalah penjumlahan, sedangkan pada penelitian di atas fokus penelitian yang diteliti difokuskan pada pembelajaran pecahan dan kesulitan dalam belajar pecahan. Memahami skema siswa merupakan hal yang sangat penting dalam proses pembelajaran, karena skema menjadi landasan yang kuat bagi siswa dalam belajar.

Konsep pecahan dan operasinya merupakan konsep yang sangat penting untuk dikuasai sebagai bekal untuk mempelajari bahan matematika berikutnya. Kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa banyak siswa Sekolah Dasar (SD) mengalami kesulitan memahami pecahan dan operasinya. Penguasaan berbagai konsep dan kemampuan mengkaitkan antar konsep dalam menyelesaikan suatu masalah dapat membentuk skema siswa. Sebuah skema untuk suatu konsep matematika merupakan kumpulan tindakan, proses, dan obyek yang dihubungkan dengan beberapa prinsip untuk membentuk kerangka pikiran dalam menyelesaikan suatu masalah (Dubinsky dan Mc Donald, 2001). Tindakan adalah transformasi dari suatu obyek yang dirasakan oleh individu, baik secara eksplisit atau dari memori, maupun tahapan dalam melakukan suatu operasi (Dubinsky dan Mc Donald, 2001). Sebagai contoh, seorang siswa akan menyelesaikan jumlah dua bilangan pecahan  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ . Tindakan yang dilakukan

sebagai berikut:  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2.4}{3.4} + \frac{3.3}{4.3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$ . Jika seorang siswa dalam melakukan perhitungan hal yang sejenis, misalnya akan menentukan

hasil jumlah dua bilangan pecahan  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  pekerjaan yang dilakukan siswa

tersebut sebagai berikut:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+b.c}{bd}$ . Ketika hal tersebut dilakukan oleh

siswa secara berulang-ulang yang mencerminkan tindakan yang sama dalam menyelesaikan hal yang sejenis sehingga membentuk konstruksi internal mental mereka, dinamakan proses (Dubinsky dan Mc Donald, 2001). Sedangkan obyek dibangun dari sebuah proses ketika individu menjadi sadar bahwa proses sebagai keseluruhan dan dapat merealisasikannya ke bentuk lainnya (Dubinsky dan Mc Donald, 2001). Sebagai contoh, seorang siswa dapat memahami bilangan pecahan sebagai obyek ketika ia dapat berpikir tentang jumlah bilangan pecahan, pengurangan bilangan pecahan, perkalian bilangan pecahan, perbandingan bilangan-bilangan pecahan, maupun penerapan operasi bilangan pecahan.

Dubinsky (2001) sebagai pengembang Teori APOS (Tindakan, Proses, Objek, dan Skema) mendasarkan teorinya pada pandangan bahwa pengetahuan dan pemahaman matematika seseorang merupakan suatu kecenderungan seseorang untuk merespon terhadap suatu situasi matematika dan merefleksikannya pada konteks sosial. Selanjutnya individu tersebut mengkonstruksi atau merekonstruksi ide-ide matematika melalui tindakan, proses dan objek matematika, yang kemudian diorganisasikan dalam suatu skema untuk dapat dimanfaatkannya dalam menyelesaikan suatu masalah yang dihadapi. Hal ini diungkapkan oleh Dubinsky (2000) sebagai berikut.

*An individual's mathematical knowledge is her or his tendency to respond to perceived mathematical problem situations and their solutions by reflecting on them in a social context and constructing or reconstructing mathematical actions, process, and objects and organising these in schemas to use in dealing with the situations.*

Konstruksi-konstruksi mental itu disebut teori APOS. Ide ini muncul sebagai upaya untuk memahami mekanisme dari abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget untuk menggambarkan perkembangan logis anak-anak, dan mengembangkan ide ini ke konsep matematika lebih lanjut. Tindakan, proses, dan objek, akan direkonstruksi oleh individu kedalam skema yang ada. Hal ini dijelaskan oleh Baker & Cooley (2011) sebagai berikut.

*A mature schema is a coherent collection of actions, processes, objects, and other previously constructed schemas that are coordinated and synthesized by the individual to form structures utilized in problem situations. An individual demonstrates the schema's coherence by discerning what is contained within the schema and what is not. The individual may reflect on a schema and transform it as an object to perform new actions. Through this transformation, the schema itself can become an object. Objects can be transformed by higher level actions, leading to new processes, objects, and schemas to construct new concepts. Hence, the action, process, and object development continue to be reconstructed in existing schemas*

Dalam pemecahan masalah matematika, setiap siswa akan memanfaatkan skema yang berkaitan dengan masalah yang akan diselesaikan. Semakin lengkap skema seseorang tentang topik tertentu, semakin memudahkan baginya untuk memproses informasi baru dan untuk melihat lebih banyak hubungan abstrak (Arends, 2008). Misalnya ketika siswa dihadapkan dengan masalah untuk menentukan nilai  $n$  dari persamaan  $(2 + n)/3 = 12$ , kemungkinan bagi siswa yang skemanya lengkap, secara otomatis mereka tahu bahwa masalah ini dapat diselesaikan dengan mengalikan kedua ruas dari persamaan tersebut dengan bilangan 3 sebagai langkah pertama. Bagi siswa sekolah dasar yang baru saja belajar memecahkan kategori ini, mungkin perlu secara aktif berusaha untuk mengingat-ingat prosedur solusinya. Kecenderungan para guru menggunakan cara yang mekanistik, yaitu memberikan aturan secara langsung untuk dihafal, diingat, dan diterapkan, kemungkinan akan berdampak terhadap pembentukan skema siswa. Ketidaktahuan guru terhadap konstruksi skema siswa kemungkinan menjadi salah satu penyebab pembelajaran yang dilakukan guru dari waktu ke waktu cenderung tetap. Dengan diketahuinya skema siswa, maka dapat dijadikan pengetahuan baru bagi guru sekolah dasar untuk memberikan perlakuan yang sesuai dengan kebutuhan siswa, khususnya dalam pembelajaran operasi penjumlahan bilangan pecahan.

Dalam penelitian ini skema yang diteliti dikhususkan pada siswa dengan tingkat kemampuan matematika tinggi. Pertimbangan ini dilakukan dengan alasan sebagai berikut. **Pertama**, siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi, secara umum memiliki skema yang lebih lengkap daripada siswa yang berkemampuan matematika sedang dan rendah. Begitu pula siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang secara umum memiliki skema yang lebih lengkap daripada siswa yang berkemampuan matematika rendah. Lengkap tidaknya skema yang dimiliki siswa kemungkinan akan mempengaruhi konstruksi skemanya. **Kedua**, tindakan siswa menyelesaikan masalah antara siswa yang berkemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah kemungkinan akan berbeda-beda.

## 2. METODE PENELITIAN

### *Jenis Penelitian dan Subyek Penelitian*

Penelitian ini dilakukan secara kualitatif. Untuk melihat skema yang ada, peneliti memberikan soal yang berkaitan dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan. Berdasarkan pekerjaannya, kemudian dilakukan wawancara mendalam. Subjek pada penelitian ini adalah siswa V SD Garon Kecamatan Kawedanan Kabupaten Magetan Tahun Pelajaran 2016-2017. Pada makalah ini subyek diambil sebanyak 2 siswa dengan kategori kemampuan matematika tinggi.

### *Instrumen Penelitian*

Sebelum wawancara dilakukan, siswa diberi instrumen bantu berupa lembar tugas siswa yang berkaitan dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan. Siswa diberi lembar tugas yang berisi 2 soal yang setara, yaitu (1) Setelah pesta selesai tersisa sebuah kue. Keesokan harinya Budi dan Tono memakan kue tersebut. Budi memakan setengah bagian dari kue itu, sedangkan Tono memakan sepertiganya. Berapa bagian kue yang dimakan oleh Budi dan

Tono?, (2) Pak Ali memiliki sebidang tanah sawah yang berbentuk persegi panjang. Tanah ini akan diberikan kepada dua anaknya. Anak pertama mendapatkan seperempat bagian dari luas tanah tersebut, sedangkan anak kedua diberikan sepertiga dari luas tanah tersebut. Berapakah luas tanah yang diberikan Pak Ali kepada kedua anaknya ?. Kedua soal diberikan secara bergantian dan masing-masing jawabannya diwawancarai secara mendalam. Tujuan pemberian kedua soal ini yaitu untuk memperoleh keabsahan data yang dapat dipertanggungjawabkan.

#### *Analisis Data*

Berdasarkan karakteristik teori APOS yang telah di uraikan sebelumnya, maka dalam penelitian ini diturunkan indikator skema dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan sebagai berikut.

Tabel 1. Indikator Skema Dalam Menggambar Jumlahan Bilangan Pecahan

Komponen Skema	Indikator
Aksi	Dapat menjumlahkan dua bilangan pecahan dengan cara membuat gambar.
Proses	Dapat merefleksikan langkah-langkah menggambar penjumlahan pecahan
Obyek	Dapat menjelaskan langkah-langkah menggambar jumlahan bilangan pecahan
Skema	Dapat membuat sketsa gambar sebuah bilangan pecahan menjadi sketsa jumlahan bilangan pecahan

Indikator pada tabel 1.1 digunakan peneliti sebagai dasar untuk menganalisis data secara kualitatif.

### 3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dipaparkan ringkasan hasil wawancara dan pekerjaan tertulis dari subyek sebanyak satu siswa. Subyek tersebut dipilih dari siswa kelas V SD negeri Garon, Kecamatan Kawedanan, Kabupaten Magetan tahun pelajaran 2017-2018. Pada makalah ini hanya disajikan cuplikan kecil dari paparan data yang panjang dari hasil penelitian.

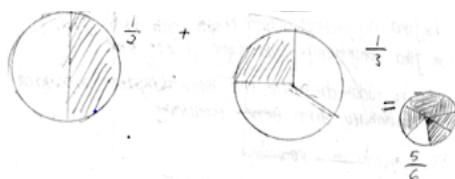
#### *Tahap Aksi (A)*

Dalam menjumlahkan dua bilangan pecahan dengan cara membuat gambar aktivitas yang dilakukan oleh subyek dapat dilihat dari cuplikan wawancara sebagai berikut.

#### *Cuplikan 1:*

Peneliti: *bagaimana kalau  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  ini di buat sketsa gambarnya ?*

Subyek: *ini  $\frac{1}{2}$ , ini  $\frac{1}{3}$  ( subyek menunjuk pada sketsa gambar yang dibuatnya sebagai berikut).*



Subyek membuat sketsa gambar satu persatu. Bilangan  $\frac{1}{2}$  diwakili dengan gambar setengah lingkaran. Bilangan  $\frac{1}{4}$  diwakili dengan seperempat lingkaran. Hasil jumlahnya diwakili dengan gambar lingkaran dengan mengaksir bagian lingkaran yang merupakan hasil dari bilangan pecahan yang dijumlahkan. Pada gambar hasil jumlahnya subyek tidak memberikan tanda tanda terhadap bilangan-bilangan yang dijumlahkan. Hal ini dilakukan subyek, karena subyek hanya melihat bilangan yang dijumlahkan saja, subyek tidak mengkonstruksi semua bilangan yang dijumlahkan dalam satu gambar. Pada tahap ini, subyek belum bisa melihat hubungan gambar yang satu dengan dengan yang lain. Subyek hanya menggunakan algoritma/ mengikuti contoh-contoh yang sudah ada. Berdasarkan karakteristik DeVries (2004), subyek berada pada tahapan tindakan.

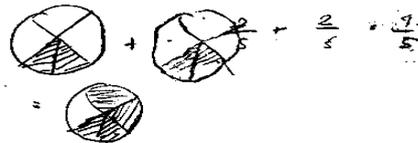
#### *Tahap Proses (P)*

Dalam *merefleksikan langkah-langkah menggambar penjumlahan pecahan (P)*, aktivitas yang dilakukan subyek dapat dilihat dari cuplikan wawancara sebagai berikut.

#### *Cuplikan 1:*

Peneliti: *bagaimanana jika bilangan  $\frac{4}{5}$  di buat seketsa gambarnya?*

Subyek: Subyek membuat sketsa gambar sebagai berikut.



Peneliti: *jelaskan maksudnya gambar ini bagaimana ?*

Subyek: *dua per lima pembilangnya di asir, yang limanya tidak usah. Kalau empat per lima pembilangnya di asir yang limanya tidak usah.*

Aktivitas subyek untuk menggambar sebuah bilangan pecahan menjadi jumlahan bilangan pecahan yaitu dilakukan dengan cara mengubah bilangan semula menjadi dua bilangan dengan penyebut yang sama. Hasil ubahannya baru di buat sketsa gambarnya. Pada tahapan ini, subyek dapat merefleksikan tindakan yang dilakukan. Hal ini dapat dilihat dari bentuk sketsa gambar yang dibuat subyek identik dengan ketika melakukan pada tahap tindakan yaitu dengan membuat sketsa dengan bentuk lingkaran. Menurut DeVries (2004), karakteristik subyek berada pada tahapan proses.

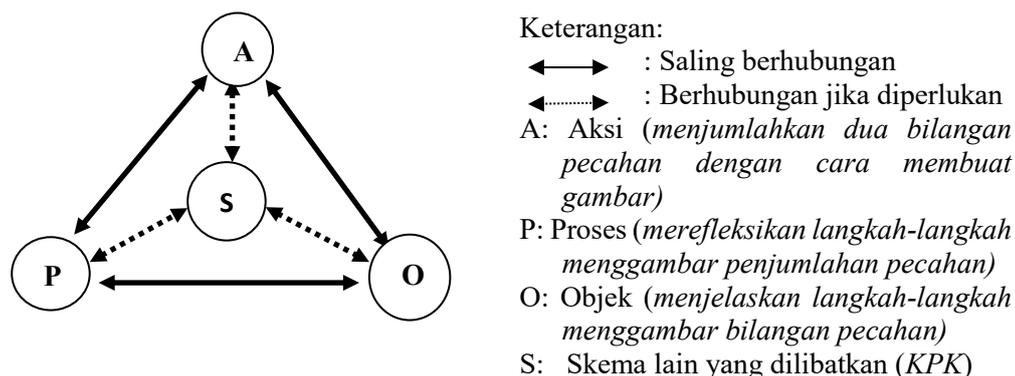
#### *Tahap Objek (O)*

Dalam *menjelaskan langkah-langkah menggambar bilangan pecahan (O)*, subyek kurang rinci dalam menjelaskan langkah-langkah menggambar bilangan pecahan dengan penyebut yang berbeda, tetapi jika penyebutnya sama subyek dapat menjelaskan dengan baik. Pada tahapan ini, subyek sudah dapat melakukan tindakan pada objek. Hal ini dapat ditunjukkan subyek ketika subyek menguraikan sebuah bilangan pecahan menjadi jumlahan bilangan pecahan. Dengan demikian pada tahap ini subyek dapat menguraikan kembali objek menjadi proses. Karakteristik subyek seperti ini, menurut DeVries (2004) berada pada tahapan objek.

#### *Tahap Skema (S)*

Dalam *membuat sketsa gambar sebuah bilangan pecahan menjadi sketsa jumlahan bilangan pecahan (S)*, Subyek mengubah terlebih dahulu bilangan tersebut menjadi jumlahan bilangan pecahan. Selanjutnya operasi penjumlahan

tersebut dibuat sketsa gambarnya. Pada tahapan skema (S), hal yang dilakukan subyek yaitu: (1) jika penyebutnya sudah sama, subyek langsung membuat gambarnya, (2) jika penyebut kedua pecahan tidak sama, subyek menyamakan penyebutnya dengan cara menentukan kelipatan dari masing-masing penyebutnya, hasil penyamaan penyebut digunakan sebagai dasar untuk membuat gambarnya. Pada tahapan ini subyek dapat menghubungkan aksi, proses, objek, dan skema lain yang diperlukan yaitu KPK. Berdasarkan hasil analisis data menurut kerangka kerja teori APOS di atas, jaringan skema subyek dapat digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 3.1.** Jaringan Skema Siswa Dalam Menggambar Penjumlahan Pecahan

#### 4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah diuraikan di atas, dapat disimpulkan bahwa skema siswa SD dengan kemampuan matematika tinggi dalam menjumlahkan pecahan dengan cara menggunakan gambar diuraikan sebagai berikut. Skema subyek masih belum lengkap, subyek dapat menggambar penjumlahan pecahan dengan benar, tetapi subyek tidak mengkaitkan sketsa gambar yang dibuatnya dengan masalah penjumlahan pecahan yang dijumlahkannya. Jika dilihat dari kerangka kerja teori APOS, jaringan skema siswa pada setiap tahapan aksi, proses, objek, dan skema lain yang dilibatkan dapat bekerja sesuai dengan kerangka kerja teori APOS.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- Arends, R. I. (2008). *Learning To Teacch*. Terjemahan Prayitno, Helly,S., Mulyantini, Sri,S. Jakarta. Pustaka Pelajar
- Arnon I, Cottrell J, Dubinsky E, Oktac A, Fuentes S R, Trigueros M and Weller K. (2014). *APOS Theory Framework for Reseach and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education*. New York: Springer-Verlag New York
- Baker, D., Coolay, L., Trigueros, M. (2011). *A Calculus Graphing schema*. Journal for research in mathematis education, Volume 31. No 5. pp 557-578
- Chick, H.L & Vincent, J.L. (Eds). (2005). *Developing Students' Understanding of the Consept of Fractions as Numbers*. Proceeding of the 29<sup>th</sup>

- Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2. Hal 49-56. Melbourne: PME
- DeVries. 2004. *Helping Linear Algebra Students Develop The Concept While Improving Research Tools*. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Proceedings of the 28th Conference of the International, Vol. 2. Hal 55-62.
- Dubinsky, E. (2000). *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*. <http://itsn.mathstore.ac.uk/newsletter/2001/pdf/learning.pdf>
- Dubinsky, E. & Mc Donald, M.A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level. An ICMI Study (273–280)*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Font, V., Trigueros, M., Badillo, E., Rubio, N. (2012). *What is a Mathematical Object ? Looking to Objects from Two Theoretical Perspectives: APOS and OSA*. 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education. Seoul, Korea.
- Hergenhahn, B.R & Olson. (2012). *Theories of Learning*. Terjemahan Triwibowo B.S. Kencana Prenada Media Group.
- Hongyu, S. (2008). *A Study of Seven Grade Students' Learning Fractions in China*. The Paper in ICMI 11 (11 th International Congress on Mathematics Education), Mexico.
- Kong, S.C., Ogata, H., Arnseth, H.C., Chan, C.K.K., Hirashima, T., Klett, F., Lee, J.H.M., Liu, C.C., Looi, C.K., Milrad, M., Mitrovic, A., Nakabayashi, K., Wong, S.L., Yang, S.J.H. (eds.) (2009). *Learning Fractions By Making Patterns – An Ethnomathematics Based Approach*. Proceedings of the 17th International Conference on Computers in Education [CDROM]. Hong Kong: Asia-Pacific Society for Computers in Education.
- Lukhele, R.B., Murray, H., & Oliver, A. (1999). *Learners' Understanding of the Addition of Fractions*. Proceedings of the Fifth Annual Congress of the Association for Mathematics Education of Shout Africa, Vol.1. Hal. 87-97. Port Elizabeth Teknikon.
- Reys, R.E. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. Boston. Allyn and Bacon, A Division of Simon and Scuster, Inc.