

## VISUALISASI OPERASI KONVOLUSI MENGGUNAKAN FREEWARE OCTAVE

Djoko Untoro Suwarno<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta

Email : joko\_unt@usd.ac.id

### Abstrak

*ABSTRAK.* Operasi konvolusi digunakan untuk melihat tanggapan suatu masukan pada suatu sistem, seperti pengolahan citra dan pengolahan sinyal. Operasi konvolusi dua vektor data memerlukan beberapa langkah yaitu operasi perkalian, pergeseran dan penjumlahan. Operasi konvolusi dibedakan menjadi dua yaitu operasi konvolusi integral dan operasi konvolusi diskret. Operasi konvolusi diskret merupakan operasi perkalian antar polinomial. Mahasiswa sering kali mengalami kesulitan untuk memahami operasi konvolusi apalagi untuk koefisien yang besar. Operasi konvolusi dengan koefisien yang besar memerlukan komputasi untuk mempercepat perhitungan. Pada penelitian ini akan dijabarkan visualisasi operasi konvolusi diskret menggunakan freeware Octave. Operasi konvolusi diskret yang dijabarkan berupa operasi perskalaan, pergeseran, pengubahan tanda, dan operasi differensiasi. Visualisasai operasi konvolusi juga untuk menunjukkan sifat-sifat operasi konvolusi seperti sifat komutatif, sifat asosiatif dn sifat distributif. Visualisasi operasi konvolusi berupa grafik untuk operasi dua buah polinomial dalam bentuk diskret. Dengan adanya visualisasi ini mahasiswa lebih mudah dalam memahami operasi konvolusi dan dapat melakukan operasi konvolusi menggunakan Octave.

*Kata Kunci:* freeware octave, konvolusi diskret, operasi konvolusi; visualisasi

### 1. PENDAHULUAN

Operasi konvolusi merupakan suatu operasi matematis antara dua buah deret atau antara sinyal dan sistem. Operasi konvolusi terdiri dari operasi perkalian, penjumlahan dan pergeseran. Operasi konvolusi yang sederhana dijumpai pada perkalian dua buah polinomial. Contoh  $(x^2 + 2x + 3) \cdot (4x^2 + 5x + 6)$  memerlukan operasi konvolusi. Seringkali mahasiswa mengalami kesulitan dalam melakukan operasi konvolusi. Sejarah operasi konvolusi kontinyu dijabarkan oleh Domínguez [1]. Sudah ada beberapa laman (situs) yang menyajikan penjelasan operasi konvolusi. Visualisasi operasi konvolusi berbasis java disajikan dalam laman [2], namun dengan berkembangnya versi dari java laman ini tidak beroperasi lagi. Informasi dari laman tersebut sedang diadakan pembaruaan terhadap script java agar bisa kompakibel dengan versi java yang terbaru. Laman penjelasan tentang konvolusi dan aplikasi dalam pengolahan citra disajikan [3],[4],[5] namun dalam laman tersebut kurang dijelaskan tentang sifat sifat dan contoh konvolusi secara grafis.

Operasi konvolusi dengan jumlah deret yang besar tidak mudah dilakukan secara manual, namun dengan adanya fasilitas perintah `conv()` pada software Octave maka dapat dimungkinkan melakukan operasi konvolusi dengan cepat. Tujuan dari makalah ini yaitu menyajikan visualisasi operasi konvolusi untuk berbagai deret dengan menggunakan freeware Octave serta menampilkan hasil konvolusi dalam bentuk grafis.

Operasi konvolusi [5] dibedakan menjadi dua yaitu operasi konvolusi yang kontinyu dan operasi konvolusi yang diskret seperti terlihat pada persamaan (1) dan persamaan (2)

Integral konvolusi atau Konvolusi kontinyu disajikan pada persamaan (1)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).h(\tau - t)dt = x(t) * h(t) \quad (1)$$

Konvolusi diskret dari dua buah deret  $x(n)$  dan  $h(n)$  ditunjukkan pada persamaan (2)

$$Y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m).h(n - m) = x(n) * h(n) \quad (2)$$

### Sifat sifat operasi konvolusi

- Sifat **komutatif**

$$x(n) * y(n) = y(n) * x(n) \quad (3)$$

- Sifat **distributif**

$$[x(n) + y(n)] * h(n) = x(n) * h(n) + y(n) * h(n) \quad (4)$$

- Sifat **asosiatif**

$$[x(n) * y(n)] * h(n) = x(n) * [y(n) * h(n)] \quad (5)$$

Operasi konvolusi  $x(n)$  dengan fungsi impuls  $\delta(n)$  menghasilkan deret itu sendiri dan dapat dikatakan sebagai **duplikasi**

$$x(n) * \delta(n) = x(n) \quad (6)$$

Operasi konvolusi  $x(n)$  dengan fungsi impuls yang tergeser  $\delta(n - T)$  menghasilkan deret  $x(n)$  yang tergeser sejauh  $T$

$$x(n) * \delta(n - T) = x(n - T) \quad (7)$$

Operasi konvolusi  $x(n)$  dengan bilangan konstan  $A$  akan menghasilkan **penskalaan** terhadap  $x(n)$

$$x(n) * A = A. x(n) \quad (8)$$

Operasi konvolusi  $x(n)$  dengan deret doublet  $[1 -1]$  akan menghasilkan deret beda  $x(n)$

$$x(n) * [1 - 1] = x(n) - x(n - 1) \quad (9)$$

Kebaruan ini penelitian ini yaitu metode operasi konvolusi dengan menggunakan freeware octave sekaligus menampilkan deret dan hasil konvolusi dalam bentuk grafik.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan membuat script pada Octave untuk melakukan operasi konvolusi diskret terhadap dua buah deret. Perintah operasi konvolusi diskret pada octave dilakukan dengan perintah `conv()`. Operasi konvolusi yang akan ditampilkan yaitu sifat asosiatif, sifat distributif, sifat komutatif, konvolusi dengan deret impuls, konvolusi dengan deret impuls yang tergeser, konvolusi deret  $x(n)$  dengan deret impuls tergeser, terskala.

Operasi konvolusi dua buah polinomial dapat diuraikan menjadi operasi penskalaan, pergeseran dan penjumlahan. Operasi konvolusi dapat dikerjakan pada *freewave octave*.

Contoh :  $(x^2 + 2x + 3) \cdot (4x^2 + 5x + 6) = 4x^4 + 13x^3 + 28x^2 + 27x + 18$   
 Diuraikan menjadi  $(x^2 + 2x + 3) \times 6 + (x^2 + 2x + 3) \times 5x + (x^2 + 2x + 3) \times 4x^2$ . Dalam bentuk tabel seperti terlihat pada tabel berikut

Bobot	$x^4$	$x^3$	$x^2$	x	1
6			6	12	18
5x		5	10	15	
4x <sup>2</sup>	4	8	12		
hasil	4x <sup>4</sup>	13x <sup>3</sup>	28x <sup>2</sup>	27x	18

Operasi yang terjadi berupa operasi perkalian, operasi geser dan operasi penjumlahan

contoh penyelesaian perkalian polinomial menggunakan Octave

Script dalam octave	Hasil
<pre>&gt;&gt; A=[1 2 3] &gt;&gt; B=[4 5 6] &gt;&gt; C=conv(A,B) &gt;&gt;</pre>	<pre>A =   1  2  3 B =   4  5  6 C =   4 13 28 27 18</pre>

Menampilkan atau memvisualisasi hasil dari operasi konvolusi dilakukan dengan menggunakan perintah `stem()`. Untuk menampilkan lebih dari satu grafik dalam satu layar dilakukan dengan perintah `subplot()`. Pengujian sifat-sifat operasi konvolusi dapat dilakukan dengan melakukan operasi konvolusi dari dua buah deret.

### 3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pengujian sifat komutatif dari operasi konvolusi

```
>> A
A =
  1  2  3
>> B
B =
  4  5  6
>> C=conv(A,B)
C =
  4 13 28 27 18
>> D=conv(B,A)
D =
  4 13 28 27 18
```

Operasi konvolusi dari dua buah deret A dan B akan menghasilkan nilai yang sama dengan walaupun urutannya diubah.

$$A * B = B * A$$

Sifat komutatif pada operasi konvolusi terbukti

## Penguujian sifat asosiatif dari operasi konvolusi

```

>> A
A =
    1    2    3
>> B
B =
    4    5    6
>> C
C =
    7    8
>> conv(A, conv(B, C))
ans =
    28   123   300   413   342   144
>> conv(conv(A, B), C)
ans =
    28   123   300   413   342   144

```

Sifat asosiatif pada operasi konvolusi dari tiga buah deret A, B, C akan menghasilkan nilai yang sama, tidak tergantung pada urutan deretan yang dioperasikan terlebih dahulu

$$A * (B * C) = (A * B) * C$$

Sifat asosiatif operasi konvolusi terbukti

## Penguujian sifat distributif dari operasi konvolusi

```

>> A
A =
    1    2    3
>> B
B =
    4    5    6
>> C
C =
    7    8
>> conv((A+B), C)
ans =
    35    89   119    72
>> conv(A, C) + conv(B, C)
ans =
    35    89   119    72

```

Sifat distributif pada operasi konvolusi yang melibatkan operasi penjumlahan atau pengurangan dari deret akan bernilai sama bila diuraikan terlebih dahulu.

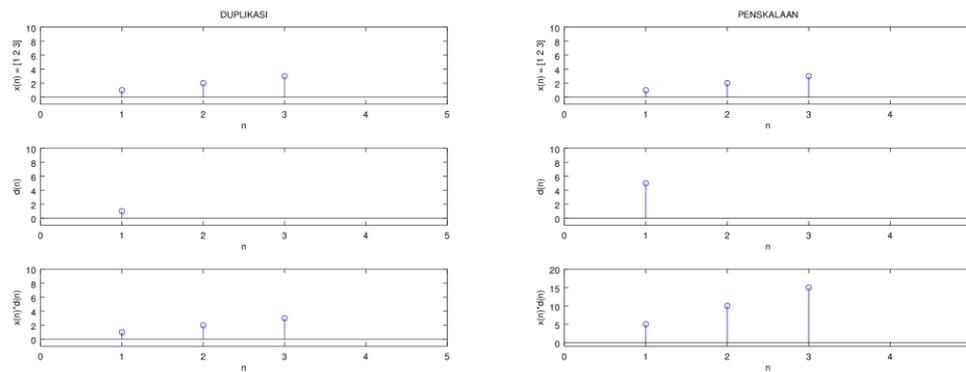
$$(A+B)*C = A*C + B*C$$

Sifat distributif dari operasi konvolusi terbukti.

Penguujian operasi konvolusi yaitu untuk melihat sifat Duplikasi, penskalaan, penundaan

- **Sifat Duplikasi dan Penskalaan**

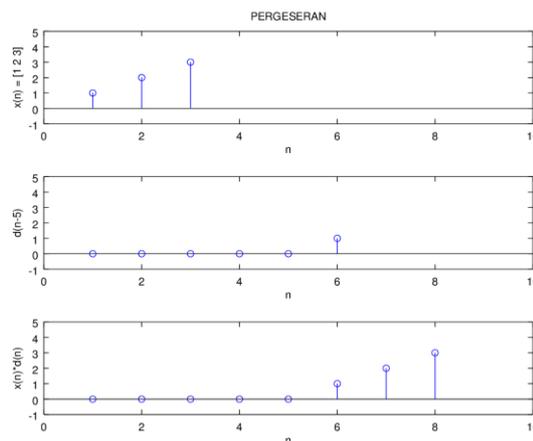
Visualisasi operasi konvolusi diskret untuk deret  $x(n) = [1 \ 2 \ 3]$  dengan impuls  $\delta(n)$  dan dengan  $5 \delta(n)$  disajikan pada gambar 1 (a) dan (b)



Gambar 1.(a) Operasi konvolusi  $x(n)$  dengan impuls  $\delta(n)$  (b) dan dengan  $5\delta(n)$

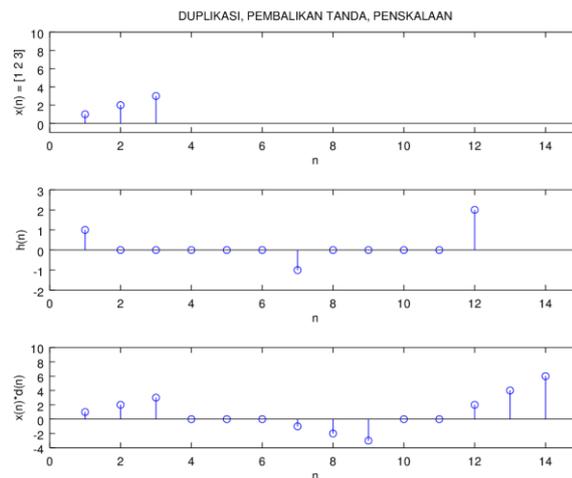
Duplikasi deret  $x(n)$  dapat terjadi pada operasi konvolusi deret  $x(n)$  dengan impuls  $\delta(n)$ , sedangkan penskalaan terhadap  $x(n)$  diperoleh pada operasi konvolusi dengan  $A\delta(n)$ .

Operasi penggeseran (penundaan) terhadap deret  $x(n)$  sejauh 5 satuan ke kiri dilakukan dengan operasi konvolusi deret  $x(n)$  dengan  $\delta(n-5)$



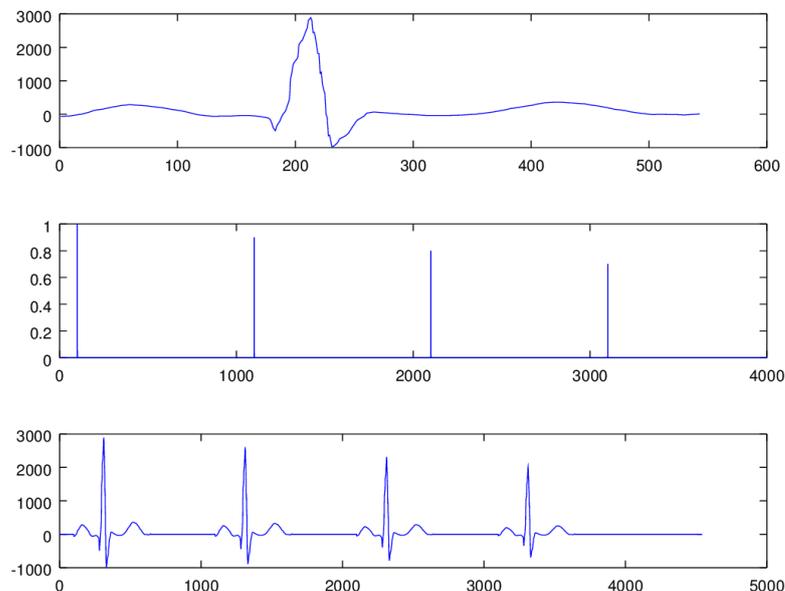
Gambar 2. Operasi penggeseran terhadap  $x(n)$  sejauh 5 satuan

Operasi konvolusi deret  $x(n)=[1 \ 2 \ 3]$  dengan  $h(n) = \delta(n) + \delta(n-7) + 2\delta(n-12)$  ditunjukkan pada Gambar 3. Hasil operasi konvolusi berupa duplikasi, pembalikan tanda dan penskalaan. Duplikasi deret  $x(n)$  didapatkan dari konvolusi dengan  $\delta(n)$ , sedangkan pembalikan tanda deret  $x(n)$  diperoleh dari konvolusi dengan  $-\delta(n-7)$ . Penskalaan diperoleh dari konvolusi dengan  $2\delta(n-12)$ .



Gambar 3. Duplikasi, pembalikan tanda dan penskalaan

Aplikasi dari operasi konvolusi antara lain proses duplikasi suatu sinyal dengan perioda tertentu seperti sinyal ecg. Sinyal ecg satu siklus dikonvolusikan dengan denyut yang berupa fungsi impuls akan menghasilkan gelombang ecg dengan perioda tertentu. Contoh operasi konvolusi yang terjadi pada gelombang ecg terlihat pada gambar 4.



Gambar 4. Gelombang ecg yang merupakan konvolusi dari gelombang dasar ecg dengan denyut

Freeware octave memberikan kemudahan dalam melakukan operasi konvolusi dan menampilkan dalam bentuk grafik. Operasi konvolusi juga disediakan oleh MATLAB. Perintah `conv()` merupakan salah satu fungsi bawaan dari MATLAB. Operasi konvolusi untuk bahasa pemrograman python memerlukan pustaka numpy. Sedangkan operasi konvolusi pada software Excel dilakukan oleh [7].

Aplikasi operasi konvolusi juga dijumpai pada bidang kimia yaitu untuk mengetahui struktur atom pada protein crystallography [8] Aplikasi operasi konvolusi banyak dijumpai pada bidang pengolahan citra [9]. Berdasarkan tabel transformasi Laplace operasi konvolusi dalam domain waktu  $g(t) * h(t)$  merupakan operasi perkalian dalam domain  $s$  yaitu  $G(s) \cdot H(s)$ . Demikian juga operasi konvolusi dalam domain  $s$  merupakan operasi perkalian dalam domain waktu.

#### 4. SIMPULAN

Operasi konvolusi merupakan operasi matematis yang terdiri atas operasi perkalian, pergeseran dan penjumlahan. Operasi konvolusi diskret dari dua buah deret dapat diselesaikan dengan menggunakan perintah `conv()` pada octave. Sifat komutatif, sifat asosiatif dan sifat distributif pada operasi konvolusi bisa diperlihatkan pada software octave. Melalui visualisasi operasi konvolusi diharapkan mempermudah pemahaman terhadap operasi konvolusi. Fungsi impuls dipakai untuk konvolusi dari deret untuk mendapatkan *impulse response* dari suatu sistem.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Alejandro Domínguez, (2015), *A History of the Convolution Operation*, IEEE PULSE, January/february 2015 2154-2287/15©2015IEEE (hlm 38-49) Diakses dari <https://pulse.embs.org/january-2015/history-convolution-operation/>
- [2] Steve Crutchfield, Michael Ross, *Joy of Convolution*, diakses dari <http://pages.jh.edu/~signals/discreteconv2/index.html>
- [3] Rikson Gultom, *Konvolusi dan Transformasi Fourier*, diakses dari <https://sites.google.com/site/riksongultom/materi-mkom/matematika-dan-statistika-untuk-komputasi/konvolusi-dan-transformasi-fourier>
- [4] Riza Fennisya, *Teori konvolusi*, diakses dari <https://rizafennisya.wordpress.com/2017/01/19/teori-konvolusi/>
- [5] Thijs van der Hulst, *Discrete Convolution*, diakses dari <http://www.astro.rug.nl/~vdhulst/SignalProcessing/Hoorcolleges/college03.pdf>
- [6] Smith, Stephen W (1997). "13.Convolution". *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing* (1 ed.). California Technical Publishing. ISBN 0966017633. Diakses dari <http://www.dspguide.com/ch13/2.htm>
- [7] Ali El-Hajj, Karim Y. Kabalan, Shahwan Khoury, (2004) *The Use of Spreadsheets to Calculate the Convolution Sum of Two Finite Sequences*, Int. J. Engng Ed. Vol. 20, No. 5, pp. 867±871, TEMPUS Publications.
- [8] Randy J Read, *The convolution theorem and its applications*, diakses dari <http://www-structmed.cimr.cam.ac.uk/Course/Convolution/convolution.html>
- [9] Ondrej Fialka, Martin Cadık, (2006), *FFT and Convolution Performance in Image Filtering on GPU*, Proceedings of the Information Visualization (IV'06), IEEE Computer Society