

KOMPARASI SIMULASI ARUS MELALUI UNDERWATER SILL MENGUNAKAN METODE KARAKTERISTIK DAN DUALSPHYSICS DALAM RANGKA MEMPERKIRAKAN SEDIMENTASI DI PELABUHAN

Zihad Al Fattah*, Radiana Triatmadja, Benazir

Departemen Teknik Sipil dan Lingkungan, Universitas Gadjah Mada, Sleman, Daerah Istimewa
Yogyakarta

*Email: zihadalfattah@mail.ugm.ac.id

Abstrak

Sedimentasi merupakan tantangan besar bagi kolam pelabuhan, terutama pelabuhan yang terletak di muara sungai. Oleh karena itu perlu adanya sebuah solusi untuk menyelesaikan masalah sedimentasi. Salah satu yang efektif untuk mengurangi sedimentasi adalah *underwater sill* (UWS). Namun, untuk pengaplikasian UWS diperlukan kajian dan pemodelan terlebih dahulu. Salah satu model yang cukup efektif untuk memodelkan aliran di UWS adalah metode karakteristik *multi-layer* (MKML). Untuk mengetahui keabsahan dari MKML, maka perlu verifikasi dari *software* DualSPHysics yang terbukti andal dalam pemodelan hidrodinamika. Verifikasi dilaksanakan tanpa UWS dan dengan UWS di tengah *flume*. Untuk pemodelan *layout* UWS hanya dilaksanakan di model MKML. Pola sedimentasi akan dianalisis berdasarkan pola arus di *layout* UWS. Dari hasil verifikasi model, dapat disimpulkan bahwa MKML terbukti andal dalam memodelkan hidrodinamika, baik kondisi tanpa maupun dengan UWS. Dari hasil analisis arus di pemodelan *layout* UWS, material sedimen dengan *fall velocity* tinggi akan tertahan di sisi luar UWS. Sisi terlindung UWS masih dimungkinkan mengalami sedimentasi, tetapi hanya material dengan *fall velocity* rendah saja. Apabila kecepatan jatuh (*fall velocity*) sedimen sangat rendah, kemungkinan akan keluar dari sistem UWS dan tidak terjadi sedimentasi di kolam pelabuhan.

Kata kunci: DualSPHysics, metode karakteristik *multi-layer* (MKML), sedimentasi, *underwater sill* (UWS)

Abstract

Sedimentation is a major challenge for port basins, especially for ports located at river mouths. Therefore, a solution is needed to resolve this sedimentation issue. One effective method to reduce sedimentation is the use of an underwater sill (UWS). However, the application of UWS requires prior study and modeling. An effective model for simulating flow at UWS is the Multi-Layer Method of Characteristics (MKML). To determine the validity of MKML, verification is required using DualSPHysics software, which has been proven reliable in hydrodynamic modeling. Verification was conducted both without UWS and with a UWS placed in the middle of the channel. For the UWS layout modeling, it was performed only using the MKML model. Sedimentation patterns will be analyzed based on current patterns in the UWS layout. From the model verification results, it can be concluded that MKML is proven reliable in modeling hydrodynamics, both in conditions with and without UWS. Based on the current analysis in the UWS layout modeling, sediment materials with high fall velocity will be trapped on the outer side of the UWS. The protected side of the UWS may still experience sedimentation, but only from materials with low fall velocity. If the sediment fall velocity is very low, it is likely to exit the UWS system, and sedimentation will not occur in the port basin.

Keywords: DualSPHysics, multi-layer method of characteristic (MKML), sedimentation, *underwater sill* (UWS)

1. PENDAHULUAN

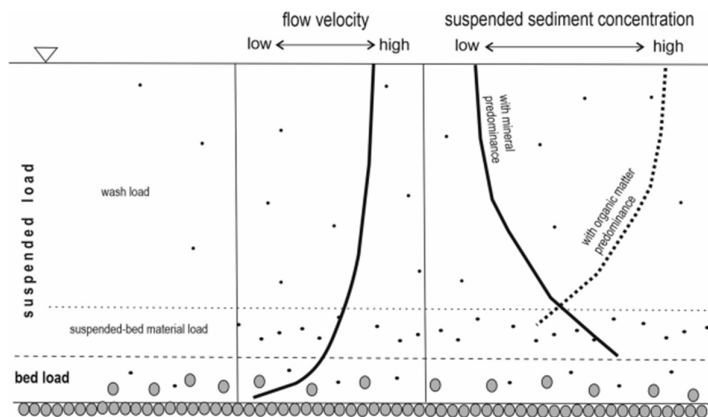
Pelabuhan di Indonesia, banyak yang terletak di dekat muara sungai. Hal tersebut dikarenakan lokasi tersebut secara geografis cocok untuk penghubung antara daratan dan lautan. Namun pemilihan lokasi tersebut bukan tanpa risiko. Sedimentasi menjadi tantangan besar bagi kolam pelabuhan, terutama dalam pengelolaan pelabuhan dan risiko kapal karam yang disebabkan oleh pendangkalan di kolam pelabuhan. Pembangunan di darat yang semakin berkembang juga mengakibatkan tambahan beban sedimentasi ke arah muara dan sekitarnya. Longsor dan erosi meningkat juga secara langsung berakibat tambahan sedimen ke area pantai melalui mulut sungai. Saat ini, berbicara tentang geoteknik, terkait dengan dampak dari longsor, erosi *land*

subsidence, reklamasi dan lain sebagainya, sering harus memperhitungkan risiko di bagian hilir, yaitu pengaruhnya di pantai dan pelabuhan.

Contoh pelabuhan yang mengalami sedimentasi di kolam pelabuhan adalah Pelabuhan Tanjung Emas. Pelabuhan tersebut diprediksi mengalami pendangkalan sebesar 2 m semenjak 2018 hingga 2021 (Bachtiar dkk, 2021). Memang penanggulangan masalah sedimentasi dapat dilaksanakan dengan beberapa metode, yaitu pengerukan (Tauran dkk, 2025), fluidisasi (Aziz dkk, 2024) dan konstruksi bangunan pelindung pantai (USACE, 2011). Namun bangunan pelindung pantai dengan ambang puncak tinggi sangat mahal dan tidak ekonomis (Reeve dkk, 2018). Oleh karena itu, bangunan pelindung pantai ambang rendah menjadi solusi, terutama di wilayah pelabuhan yang sudah terlindung dari arus dan gelombang laut. Hal tersebut dikarenakan kebutuhan dan volume bangunan pantai yang dibutuhkan akan lebih rendah dengan panjang yang sama dibandingkan dengan bangunan pantai ambang tinggi. Salah satu bangunan ambang rendah yang difungsikan untuk menanggulangi sedimentasi adalah *underwater sill* (UWS). Bangunan UWS merupakan kompromi antara biaya bangunan rendah dan kemungkinan masih terjadinya sedimentasi di lokasi yang tidak dikehendaki, tetapi dengan biaya dan waktu operasi pengerukan yang lebih optimal.

Konsep pencegahan sedimentasi oleh UWS adalah dengan mencegah material sedimen tersuspensi di area dasar perairan yang memiliki konsentrasi lebih tinggi untuk memasuki wilayah terlindung. Konsentrasi sedimen di wilayah perairan yang lebih dalam dipengaruhi oleh kecepatan jatuh (*fall velocity*) dari material sedimen tersebut seperti pada Gambar 1. Pada gambar tersebut, konsentrasi sedimen meningkat seiring mendekati dasar perairan. Dengan menggunakan UWS, maka material sedimen dengan konsentrasi tinggi di dasar perairan dapat dicegah untuk memasuki atau mengendap di dasar perairan.

Beberapa peneliti telah melakukan pemodelan terhadap UWS, terutama dalam mencegah sedimentasi pada wilayah terlindung UWS. Tsuruya dkk (1990) melakukan penelitian tentang pengaruh UWS terhadap transpor lumpur dan pendangkalan pada Pelabuhan Kumamoto di Jepang. Hasil studi tersebut dijelaskan bahwa UWS dengan ketinggian 1 m dapat mengurangi sedimentasi hingga 30%. Selain itu, Azizah dkk (2017) melakukan pemodelan matematik dengan metode karakteristik gelombang panjang terhadap pola sedimentasi dan pendangkalan pada *flume*. Studi tersebut menyebutkan bahwa UWS dengan ketinggian dari 1/7 kedalaman total air dengan *rouse number* 1.8 dapat mencegah sedimentasi sebesar 45%. Di Indonesia, konsep UWS telah digunakan di Pelabuhan Semen Gresik di Tuban. Yuwono (2002) dalam Bhakty dkk (2015) melakukan penelitian tentang UWS pada pelabuhan tersebut. Hasilnya diperoleh bahwa UWS sangat efektif dalam menurunkan sedimentasi di kolam pelabuhan dari 1.0 – 1.7 m/tahun menjadi 0.4 m/tahun.



Gambar 1. Distribusi arus dan sedimen tersuspensi arah vertikal (Skolasińska, 2021)

Berdasarkan Gambar 1 juga diketahui bahwa konsentrasi sedimen tidak dapat dipisahkan dengan pola arus. Arah arus horizontal akan menentukan ke arah mana material sedimen akan terbawa, sedangkan arah arus vertikal akan menentukan material sedimen tersebut akan mengendap atau terangkat. Apabila kecepatan vertikal melawan arah gravitasi lebih besar daripada *fall velocity* dari sedimen itu sendiri, maka material sedimen akan terangkat dan melayang di sepanjang kolom air. Apabila kecepatan vertikal melawan arah gravitasi lebih kecil daripada *fall velocity*, atau bahkan kecepatan vertikal searah dengan gravitasi, maka material sedimen akan mengendap di dasar perairan.

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa kecepatan horizontal setiap posisi vertikal dan kecepatan vertikal partikel air serta kecepatan jatuh partikel sedimen merupakan hal penting dalam menganalisis

efektivitas UWS. Agar penelitian dapat dilakukan dengan lebih efisien, maka diperlukan penerapan model numerik untuk melakukan simulasi efektivitas model UWS. Salah satu model numerik yang dapat digunakan adalah perangkat lunak DualSPHysics yang didasarkan pada *mesh-less* model. Perangkat lunak ini juga telah banyak menghasilkan *output* yang cukup teliti. Namun pada penelitian ini akan digunakan model numerik berupa Metode Karakteristik *Multi-Layer* (MKML). Sebuah model yang didasarkan pada *Quasy 3D Shallow Water Wave* yang telah dikembangkan oleh Triatmadja dan Widagdo (1998). Untuk MKML akan diuji dan diverifikasi menggunakan DualSPHysics sebelum selanjutnya digunakan untuk meneliti transpor sedimen melalui UWS.

2. LANDASAN TEORI

2.1. Metode Karakteristik Quasi 3D.

Metode karakteristik adalah metode untuk menyelesaikan persamaan parsial deferensial dengan cara diubah menjadi total deferensial. Persamaan deferensial pengganti tersebut dikenal dengan persamaan kompatibel. Persamaan kompatibel hanya berlaku pada suatu bidang kurva karakteristik. Triatmadja (1990) menyelesaikan persamaan kompatibel gelombang panjang yang dikemukakan oleh Butler (1960 dan 1962) dengan metode numerik interpolasi kuadrat yang dikembangkan dari metode numerik interpolasi linier yang telah dikembangkan oleh Townson (1967). Triatmadja (2016) berdasarkan Triatmadja dan Widagdo (1998) menunjukkan integrasi *multi-layer* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 U_p = \bar{U} - \frac{g(\eta_{j+1} - \eta_{j-1})\Delta t}{2\Delta s} - \left\{ \frac{(U_{j+1} - U_{j-1})V}{2\Delta s} - \frac{(U_{i+1} - U_{i-1})U}{2\Delta s} \right\} \Delta t \\
 + \left[\left\{ \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)^2 - 2(C^2 + U^2 + V^2) \right\} (U - \bar{U}) - 4gU(h - \bar{h}) \right] \left(\frac{\Delta t}{\Delta s} \right)^2 \\
 - \left(\frac{w_k(U_{k-1}h_{k-1} + U_k h_k)}{2} - \frac{w_{k+1}(U_k h_k + U_{k+1}h_{k+1})}{2} \right) \left(\frac{\Delta t}{h_k^2} \right) \\
 + \left(\frac{A_x(U_{i+1} + U_{i-1} - 2U)}{\Delta s^2} + \frac{A_y(U_{j+1} + U_{j-1} - 2U)}{\Delta s^2} \right. \\
 \left. + \frac{A_z(U_{k+1} + U_{k-1} - 2U)}{h_k^2} \right) \Delta t \\
 + \left\{ \frac{\gamma^2(U_{k-1} - U_k)\Delta U_{k-\frac{1}{2}}}{h_{k-\frac{1}{2}}} - \frac{\gamma^2(U_k - U_{k+1})\Delta U_{k+\frac{1}{2}}}{h_{k+\frac{1}{2}}} \right\} \Delta t
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 V_p = \bar{V} - \frac{g(\eta_{j+1} - \eta_{j-1})\Delta t}{2\Delta s} - \left\{ \frac{(V_{i+1} - V_{i-1})U}{2\Delta s} - \frac{(V_{j+1} - V_{j-1})V}{2\Delta s} \right\} \Delta t \\
 + \left[\left\{ \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)^2 - 2(C^2 + U^2 + V^2) \right\} (V - \bar{V}) - 4gU(h - \bar{h}) \right] \left(\frac{\Delta t}{\Delta s} \right)^2 \\
 - \left(\frac{w_k(V_{k-1}h_{k-1} + V_k h_k)}{2} - \frac{w_{k+1}(V_k h_k + V_{k+1}h_{k+1})}{2} \right) \left(\frac{\Delta t}{h_k^2} \right) \\
 + \left(\frac{A_x(V_{i+1} + V_{i-1} - 2V)}{\Delta s^2} + \frac{A_y(V_{j+1} + V_{j-1} - 2V)}{\Delta s^2} \right. \\
 \left. + \frac{A_z(V_{k+1} + V_{k-1} - 2V)}{h_k^2} \right) \Delta t \\
 + \left\{ \frac{\gamma^2(V_{k-1} - V_k)\Delta U_{k-\frac{1}{2}}}{h_{k-\frac{1}{2}}} - \frac{\gamma^2(V_k - V_{k+1})\Delta U_{k+\frac{1}{2}}}{h_{k+\frac{1}{2}}} \right\} \Delta t
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_p = \bar{\eta} - w_{sf}\Delta t + \left\{ 1 - 2(C^2 + U_{da}^2 + V_{da}^2) \left(\frac{\Delta t}{\Delta s} \right)^2 \right\} (\eta - \bar{\eta}) \\
 - \{4hU(U - \bar{U}) + 4hV(V - \bar{V})\} \left(\frac{\Delta t}{\Delta s} \right)^2
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$w_{sf} = - \sum_{k=1}^{kmax} ((h_k U_k)_x + (h_k V_k)_y) \quad (4)$$

Di mana U , V dan w merupakan kecepatan partikel arah x , y dan z . Untuk g dan A merupakan percepatan gravitasi dan *eddy viscosity*. h dan s merupakan tebal *layer* dan jarak antar *grid*. Untuk γ dan t adalah koefisien gesek dan waktu.

2.2. DualSPHysics

DualSPHysics merupakan aplikasi yang disusun berdasarkan konsep *mesh-less* yang dibangun menggunakan konsep *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH). Aplikasi tersebut merupakan hasil kerjasama dari University of Vigo, University of Manchester dan University of Lisbon. Modul *open channel* di kembangkan oleh José M. Domínguez (Crespo dkk, 2014).

DualSPHysics dibangun dengan persamaan pengatur Navier – Stokes. Persamaan tersebut diselesaikan dengan dan dideskripsikan sebagai berikut:

$$\frac{dr_a}{dt} = v_a \quad (5)$$

$$\frac{dv_a}{dt} = - \sum_b m_b \left(\frac{P_b + P_a}{P_b P_a} + \pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + g \quad (6)$$

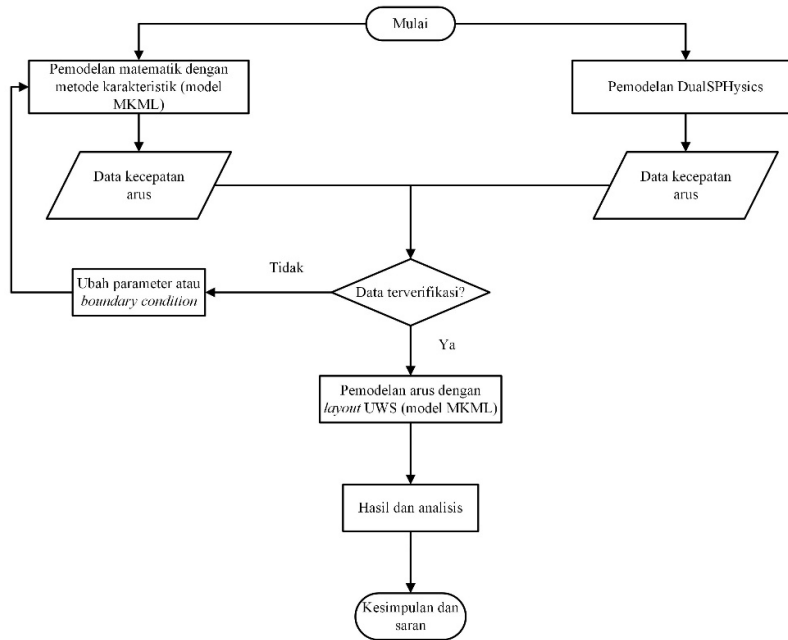
$$\frac{d\rho_a}{dt} = - \sum_b m_b (v_b - v_a) \nabla_a W_{ab} + 2\delta hc \sum_b (\rho_b + \rho_a) \frac{r_{ab} \nabla_a W_{ab}}{r_{ab}^2} \quad (7)$$

Di mana t adalah waktu, r adalah radius partikel, v adalah kecepatan partikel, P adalah tekanan, ρ adalah densitas, m adalah massa, c adalah kecepatan suara, g adalah percepatan gravitasi dan π_{ab} adalah viskositas (Domínguez dkk, 2019).

Dengan metode *mesh-less*, waktu komputasi dan memori yang diperlukan untuk perhitungan menjadi sangat besar. MKML merupakan alternatif metode penyelesaian dengan keuntungan dan kerugiannya.

3. METODE PENELITIAN

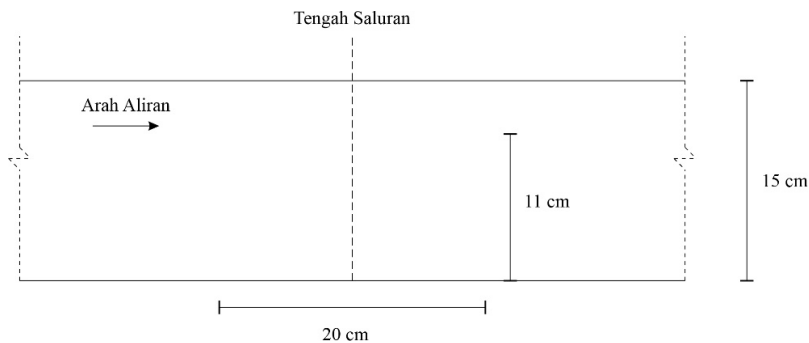
Untuk menganalisis pola sedimentasi berdasarkan pola arus, perlu dilakukan pemodelan numerik yang baik untuk mendapatkan hasil yang akurat. Pemodelan dilaksanakan dengan metode karakteristik dengan interpolasi kuadratik (selanjutnya disebut model MKML). Selain itu pemodelan juga dilaksanakan dengan DualSPHysics. Model DualSPHysics digunakan sebagai pembanding atas model MKML. DualSPHysics digunakan untuk verifikasi karena aplikasi tersebut terbukti akurat dalam memodelkan hidrodinamika. Hosain dkk (2018), melakukan penelitian dan simulasi aliran di *flume* kecil. Penelitian tersebut diverifikasi dengan metode yang baik dan akurat dalam memodelkan aliran, yaitu *finite volume method* (FVM). Hasil penelitian tersebut menyatakan bahwa DualSPHysics sangat baik dan sangat akurat untuk memodelkan aliran. Martínez-Estevéz dkk (2026), melakukan pemodelan benda terapung di pantai. Pemodelan tersebut dilaksanakan dengan membandingkan hasil DualSPHysics dengan model fisik dan MoorDynPlus. Dari penelitian tersebut, didapatkan hasil yang akurat dan andal. Oleh karena hal tersebut, maka DualSPHysics cocok sebagai pembanding untuk model MKML. Untuk detail alur penelitian diperlihatkan pada Gambar 2.



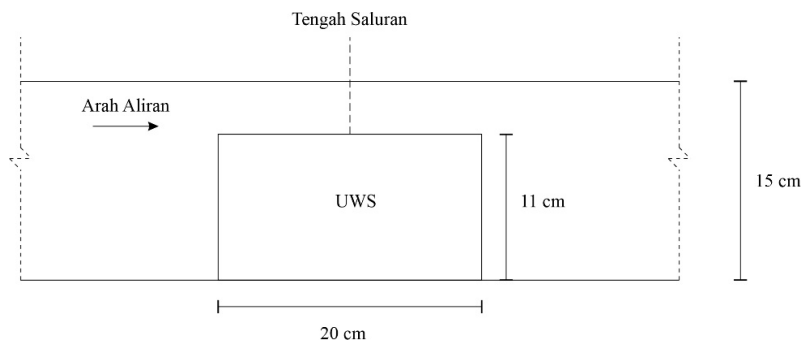
Gambar 2. Flowchart penelitian

3.1. Pengaturan *layout* verifikasi model

Pengaturan *layout* model untuk verifikasi dilaksanakan dalam 2 tahapan, yaitu tanpa UWS dan dengan UWS. *Flume* di *setting* dengan panjang 100 cm, lebar 40 cm dan tinggi muka air 15 cm. Input kecepatan awal adalah sebesar 1.2 mm/s. Pengujian model tanpa UWS dilaksanakan pada *flume* seperti pada Gambar 3. Sedangkan model UWS dilaksanakan dengan peletakan UWS di tengah *flume* dengan posisi melintang *flume* seperti di Gambar 4. Ukuran UWS adalah 20 cm panjang, 40 cm lebar dan 11 cm tinggi. Kecepatan aliran di ukur di tengah *flume* (50 cm dari hulu).



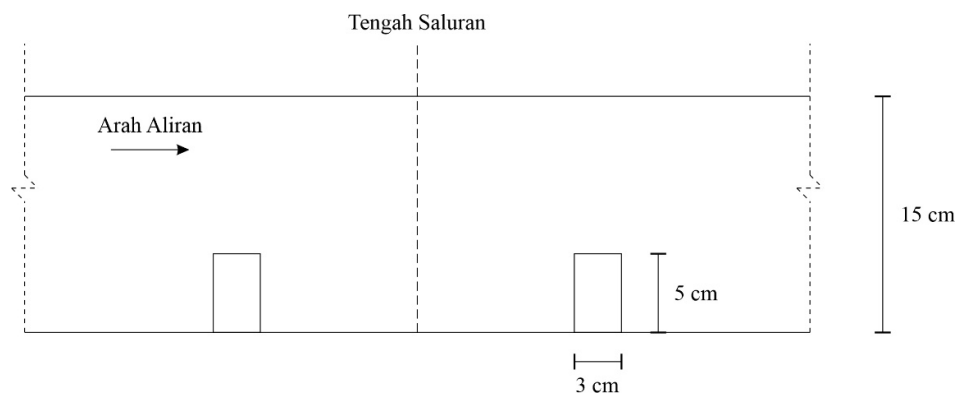
Gambar 3. Pengaturan *layout* verifikasi model tanpa UWS



Gambar 4. Pengaturan *layout* verifikasi model dengan UWS

3.2. Pengaturan *layout* model

Pengaturan *layout* model berbeda dengan pengaturan di tahap verifikasi model, meskipun dengan ukuran *flume* yang sama. Pada pengaturan *layout* model digunakan 2 buah UWS identik dengan lebar 3 cm dan tinggi 5 cm di mana jarak antar UWS adalah 20 cm seperti pada Gambar 5. Pada penelitian ini, jenis material sedimen adalah *suspended sediment*. Oleh karena itu, material sedimen tersebut dimungkinkan untuk menyebar dari muka air hingga dasar saluran.

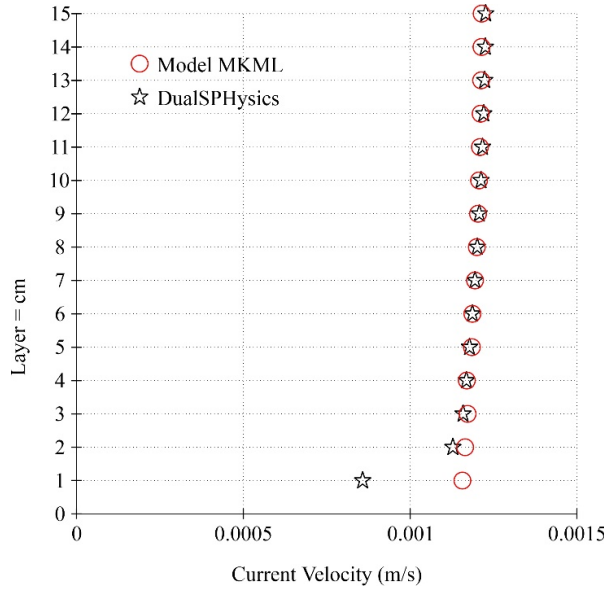


Gambar 5. Pengaturan *layout* model

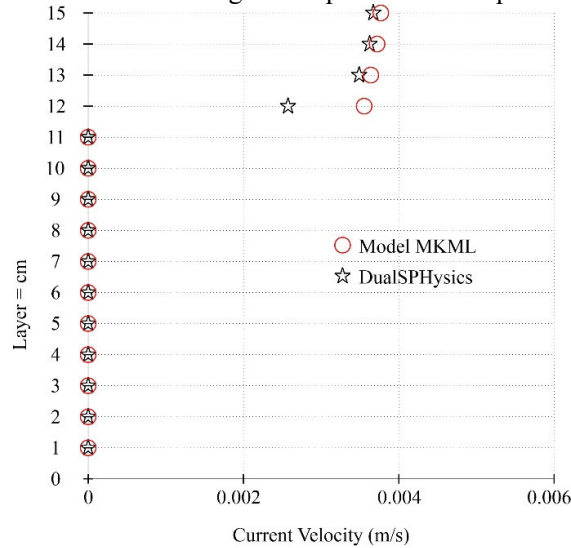
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil pemodelan DualSPHysics menyatakan bahwa aliran cenderung sama dari muka air hingga dasar permukaan, tetapi di dasar permukaan aliran cenderung menurun. Kecepatan aliran pada model MKML mirip dengan kecepatan pada DualSPHysics seperti pada Gambar 6. Perbedaan terjadi di dasar perairan. Dapat dilihat pada DualSPHysics memiliki kecepatan yang lebih lambat dibandingkan hasil MKML. Perbedaan tersebut diakibatkan karena DualSPHysics memiliki gaya gesek yang cukup besar di dasar *flume*. Meskipun demikian, selisih kedua model tersebut di bawah 15% sehingga model MKML dapat digunakan dan tetap diverifikasi dengan DualSPHysics.

Pada pemodelan dengan UWS, aliran meningkat sangat signifikan dibandingkan kondisi UWS. Hal tersebut karena berkurangnya kedalaman perairan pada lokasi UWS. Dengan debit konstan, berkurangnya luas aliran mengakibatkan pertambahan kecepatan sesuai dengan persamaan kontinuitas. Masih tampak adanya perbedaan yang cukup mencolok antara DualSPHysics dan MKML, yaitu MKML sedikit lebih cepat dibanding DualSPHysics seperti pada Gambar 7. Hal ini kemungkinan disebabkan oleh gesekan pada sisi atas UWS yang lebih besar pada DualSPHysics. Oleh karena itu, perlu penyesuaian besaran gaya gesek agar hasil model MKML dapat mendekati hasil DualSPHysics.



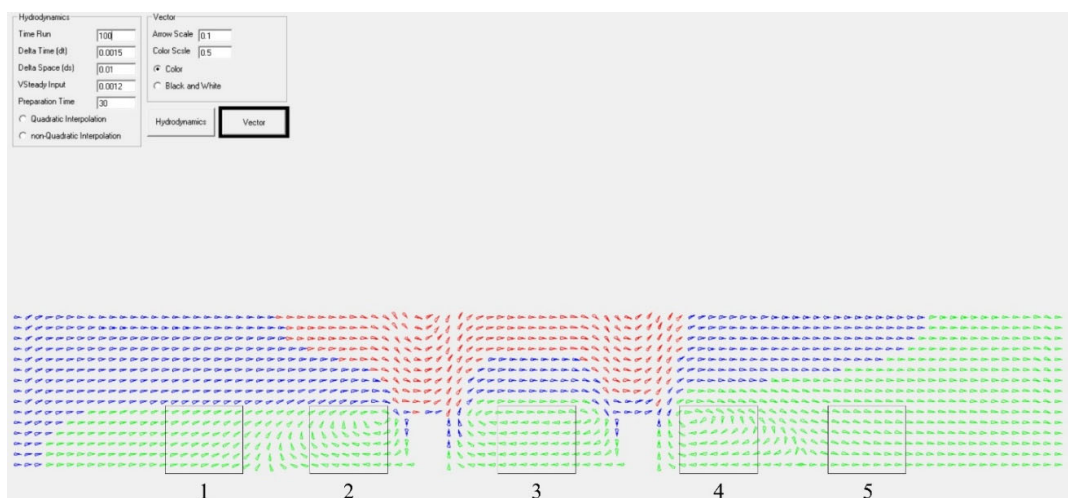
Gambar 6. Perbandingan kecepatan aliran tanpa UWS



Gambar 7. Perbandingan kecepatan aliran dengan UWS

Hasil pemodelan dengan *layout* dibagi menjadi beberapa area. Area 1 merupakan lokasi yang berpotensi akan mengalami sedimentasi paling besar. Hal tersebut dikarenakan pusaran aliran yang merupakan hasil dari refleksi UWS. Pusaran mengakibatkan aliran menjadi sangat lambat. Oleh karena itu, maka material sedimen akan sulit untuk bergerak, tetapi memiliki potensi untuk terangkat (pengaruh *vertical velocity* melawan arah gravitasi). Namun jika *fall velocity* sedimen lebih besar daripada *vertical velocity*, maka aliran akan tertahan di area 1. Sedimentasi pada Area 2 akan kemungkinan lebih sedikit. Hal tersebut karena material sedimen yang potensial terendapkan telah tertahan di Area 1. Material sedimen yang tertahan di Area 2 kemungkinan adalah material sedimen dari lapis yang lebih tinggi, yaitu pada layer yang lebih dekat dengan permukaan air, sekitar 1 hingga 5 cm dari muka air, dengan *fall velocity* yang cukup. Jika *fall velocity* sangat lambat maka material sedimen akan terbawa melewati UWS. Area 3 merupakan area yang terlindung UWS. Area tersebut berpotensi mengalami sedimentasi, tetapi akan sangat kecil dikarenakan material dengan konsentrasi tinggi akan tertahan di Area 1 dan 2. Jika *fall velocity* terlalu rendah, maka material sedimen akan terbawa melewati sistem UWS. Area 4 merupakan area hilir sistem UWS. Area tersebut akan minim sedimentasi, karena material sedimen dengan konsentrasi tinggi akan tertahan di Area 1 dan 2. Area 4 juga mengalami olakan yang memungkinkan material sedimen cenderung melewati wilayah tersebut. Area 5 merupakan area yang dimungkinkan

mengalami sedimentasi yang lebih tinggi daripada Area 4. Material yang lolos sistem UWS maka akan mengendap di area 5 atau keluar wilayah tinjauan perairan. Pembagian area dan pola arus dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Pola arus di sistem *layout* UWS

5. KESIMPULAN

Pada penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa model MKML dapat digunakan untuk memodelkan arus yang melewati UWS dan secara umum hasil model MKML mendekati hasil model DualSPHysics. UWS akan menyebabkan turbulensi atau olakan di area sebelum dan sesudah UWS. Hasil model MKML sangat penting dan dapat digunakan untuk memodelkan transpor sedimen di sekitar UWS. Namun perlu diperhatikan bahwa kedua model perlu perbaikan di bagian *boundary condition* untuk meningkatkan ketelitian dan akurasi kedua model.

Pada analisis tersebut, dapat disimpulkan bahwa UWS diprediksi mampu menurunkan laju sedimentasi di lokasi terlindung UWS. Memang tidak memblokir seluruh material sedimen seperti bangunan pantai ambang tinggi, namun sebagian besar material sedimen akan tertahan di hulu UWS dikarenakan pola arus pada sistem UWS tidak mendukung material sedimen untuk mengendap di wilayah terlindung. Oleh karena itu, UWS dapat menjadi solusi alternatif yang lebih baik pada sisi ekonomi dibandingkan bangunan pantai ambang tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

- Aziz, R., Maricar, F., Thaha, M. A., dan Bakri, B., 2021, *Rancangan sistem fluidisasi dua arah (hybrid fluidization) untuk rekayasa pemeliharaan alur*, Prosiding Seminar Nasional Ilmu Teknik dan Aplikasi Industri, Lampung, hal. 1-8. <https://doi.org/10.23960/prosidingsinta.v4i.34>
- Azizah, N., Triatmadja, R., dan Kironto, B. A., 2016, *Numerical Simulation of Sediment Transport along a Channel with Underwater Sill*, Engineering Physics International Conference, EPIC 2016, Bandung, hal. 202–209. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.03.048>
- Bachtiar, H., Setiantoro, H. E., Prasetyo, A., Eliasta, L., dan Putriasri, A. E., 2020, *Pendekatan Model Komputasi Untuk Penanggulangan Sedimentasi Pelabuhan Akibat Pengaruh Muara Sungai: Studi Kasus Pelabuhan Tanjung Mas Semarang*, Jurnal Teknik Hidraulik, Vol. 11, No. 2, hal. 113-126. <https://doi.org/10.32679/jth.v11i2.649>
- Bhakty, T. E., Yuwono, N., Triatmadja, R., dan Triatmodjo, B., 2015, *Model Matematik Simulasi Arus Untuk Memprediksi Siltasi Pada Bangunan Air*, Prosiding PIT HATHI XXXII, Malang, Himpunan Ahli Teknik Hidraulik Indonesia.
- Butler, D. S., 1960, *The numerical solution of hyperbolic system of partial differential equations in three independent variables*, London, Proceedings of The Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. <https://doi.org/10.1098/rspa.1960.0065>

- Butler, D. S., 1962, *Numerical solution of ordinary partial differential equations*, London, Pergamon Press London.
- Crespo, A. J. C., Domínguez, J. M., Rogers, B. D., Gómez-Gesteira, M., Longshaw, S. M., Canelas, R. B., Vacondio, R., dan Tafuni, A., 2015, *DualSPHysics: Open-source parallel CFD solver based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)*, *Computer Physics Communications*, Vol. 187, hal. 204–216. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2014.10.004>
- Domínguez, J. M., Crespo, A. J., Hall, M., Altomare, C., Wu, M., Stratigaki, V., dan Gómez-Gesteira, M., 2019, *SPH simulation of floating structures with moorings*, *Coastal Engineering*, hal. 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2019.103560>
- Hossain, M. L., Domínguez, J. M., Fdhila, R. B., dan Kyprianidis, K. G., 2019, *Smoothed particle hydrodynamics modeling of industrial processes involving heat transfer*, *Applied Energy*, hal. 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.113441>
- Martínez-Estévez, I., Tagliafierro, B., Domínguez, J. M., Marzeddu, A., deCastro, M., dan Crespo, A. J. C., 2024, *Coupling between an SPH-based fluid solver and mooring dynamics for floating offshore devices: DualSPHysics and MoorDynPlus*, *Journal of Ocean Engineering and Science*. <https://doi.org/10.1016/j.joes.2025.12.001>
- Reeve, D., Chadwick, A., dan Fleming, C., 2018, *Coastal engineering: processes, theory and design practice*, Boca Raton, CRC Press.
- Skolasińska, K., 2021, *Suspended sediment in lowland rivers – towards identifying the ratios of mineral and organic components and their variation during the year*, *Geologos*, Vol. 27, No. 3, hal. 173–180. <https://doi.org/10.2478/logos-2021-0019>
- Tauran, A., Lavesque, N., Blanchet, H., Bujan, V., Gouillieux, B., Humbert, S., Lamarque, B., Latry, L., dan de Montaudouin, X., 2022, *Long-term impact of dredging and beach nourishment works on benthic communities*, *Marine Pollution Bulletin*, Vol. 174, 113279. <https://doi.org/10.1016/j.ecss.2024.109119>
- Townson, J.M., 1967, *Two Dimensional Long Wave Propagation in Estuaries*, PhD. Thesis, University of Aberdeen, (unpublished).
- Triatmadja, R., 1990, *Numerical and Physical Studies of Shallow Water Waves with Special References of Land Slide Generated Waves and The Method of Characteristics*, Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, University of Strathclyde, Glasgow, UK.
- Triatmadja, R., dan Widagdo, A. B., 1998, *Two Dimensional Numerical Modeling of Suspended Sediment Transport Using Multi-Layered Characteristic Method*, 11th Congress of The IAHR-APD, September 8-10, Yogyakarta, Indonesia.
- Triatmadja, R., 2016, *Model Matematik Teknik Pantai*, Yogyakarta, Beta Offset.
- Tsuruya, H., Murakami, K., dan Irie, I., 1990, *Mathematical of Mud Transport in Ports with a Multi-Layered Model - Application to Kumamoto Port*, Report of The Port and Harbour Research, hal. 3-51.
- USACE, 2011, *Coastal Engineering Manual (CEM)*, Washington, D.C., U.S. Army Corps of Engineers.
- Yuwono, N., 2002, *Teknik Pantai dan Pelabuhan. Kumpulan Karya Ilmiah Tahun 1999-2001*, Yogyakarta, Pusat Studi Ilmu Teknik (PSIT) UGM.